

|

Davor Franjković

Karolina Krajček

PREDGOVOR

Ova zbirka zadataka namijenjena je studentima prve godine diplomskog studija aeronautike na Fakultetu prometnih znanosti u Zagrebu. Zbirka u potpunosti pokriva nastavni plan i program kolegija Teorija leta III kojeg studenti aeronautike slušaju u trećem semestru.

Poglavlja u zbirci prate nastavni plan i program s obzirom na redoslijed i opseg gradiva u okviru nastavnog procesa. Zadaci su ilustrirani crtežima radi lakšeg razumijevanja problematike.

Na kraju Zbirke dana su dva priloga, Tablica standardne atmosfere i Popis formula kojima se studenti mogu služiti na pismenom dijelu ispita.

Autori

SADRŽAJ

POPIS OZNAKA.....	1
OSNOVNE VELIČINE STANJA FLUIDA	3
OSNOVNE JEDNADŽBE ZA NEVISKOZNO STLAČIVO STRUJANJE.....	10
BRZINA ZVUKA I ENERGETSKA JEDNADŽBA.....	16
NORMALNI UDARNI VAL.....	21
KOSI UDARNI VAL	30
ZAOBLJENI UDARNI VAL, EKSPANZIJSKI VAL.....	45
NADZVUČNI AERODINAMIČKI TUNELI.....	53
STLAČIVO STRUJANJE PREKO AEROPROFILA	58
PRANDTL-GLAUERTOVA KOREKCIJA ZA STLAČIVOST	65
KRITIČNI MACHOV BROJ.....	69
MJERENJE VISOKIH PODZVUČNIH I NADZVUČNIH BRZINA	73
LINEARIZIRANO NADZVUČNO STRUJANJE.....	83
A. Tablica standardne atmosfere.....	94
B. Popis formula	91
BIBLIOGRAFIJA	94

POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis	Jedinica
	Površina krila	m ²
	Aspektni odnos krila	-
	Koeficijent momenta	-
	Koeficijent tlaka	-
	Inducirani koeficijent otpora	-
	Koeficijent uzgona krila	-
	Brzina neporemećene struje zraka	m/s
	Ekvivalentna brzina	m/s
	Parazitni otpor	N
Æ	Koeficijent momenta oko prednjeg brida aeroprofila	-
	Specifična toplina pri konstantnom tlaku	J/kg K
	Specifična toplina pri konstantnom volumenu	J/kg K
	Koeficijent otpora aeroprofila	-
	Koeficijent uzgona aeroprofila	-
	Maksimalni koeficijent uzgona aeroprofila	-
	Maseni protok	kg/s
	Nagib krivulje uzgona aeroprofila	1/rad
	Tlak neporemećene struje zraka	Pa
	Dinamički tlak neporemećene struje zraka	Pa
	Položaj aerodinamičkog centra	m
	Položaj centra potiska	m
	Kut nultog uzgona	rad
	Apsolutni napadni kut	-
	Inducirani napadni kut	rad

	Gustoća neporemećene struje zraka	kg/m ³
	Gustoća zraka u ISA/SL	kg/m ³
	Promjer	m
	Modul elastičnosti fluida	
	Moment propinjanja	Nm
≠	Machov broj	-
A	Reynoldsov broj	-
	Temperatura zraka u K	K
	Brzina zraka (zrakoplova)	m/s
	Sila uzgona	N
	Oswaldov koeficijent	-
	Nagib krivulje uzgona krila	1/rad
	Broj okretaja propelera u jedinici vremena	okr/s
	Tlak zraka	Pa
	Zaustavni tlak zraka	Pa
	Dinamički tlak zraka	Pa
	Temperatura zraka u °C	°C
	Unutrašnja energija	J
	Napadni kut	Rad °
	Dinamički koeficijent viskoznosti	Pas
	Kinematički koeficijent viskoznosti	m ² /s

1

OSNOVNE VELIČINE STANJA FLUIDA

Poglavlje 7 (7.1 – 7.3; 515 – 531)

1.1 Promatramo prostoriju pravokutnog oblika površine poda dimenzija 5 x 7 m i visine 3,3 m. Tlak i temperatura zraka u prostoriji su $1,01 \times 10^5$ Pa i 25°C . Izračunaj unutrašnju energiju i entalpiju zraka u prostoriji.

Rješenje:



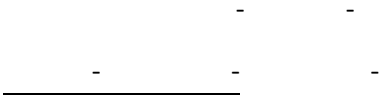
č

Promatramo rezervoar volumena unutrašnjosti od 30 m^3 . Dok se u rezervora upumpava zrak, tlak zraka unutar rezervoara kontinuirano raste. Promatramo trenutak u kojem je tlak zraka unutar rezervoara dostigao 10 atm . Pretpostavimo da je unutar rezervoara temperatura zraka konstantna (postoji izmjenjivač topline) i iznosi 300 K . Zrak se upumpava u rezervora brzinom od 1 kg/s . Izračunajte:

1.2

- a) brzinu porasta tlaka u tom trenutku?
 - Koliko bi bilo potrebno vremena da se pri istoj toj brzini upumpavanja zraka u rezervoar tlak zraka podigne sa 10 na 20 atm

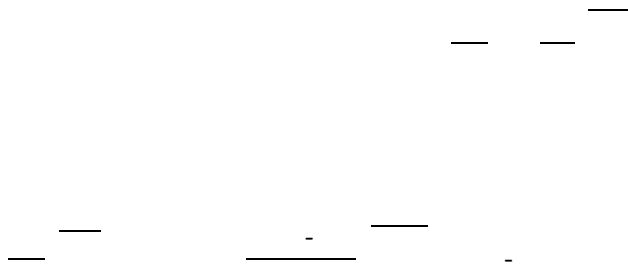
Rješenje:



1.3

Avion Boeing 747 leti u standardnoj atmosferi na visini od 11000 m. Tlak u točki na krilu iznosi 19037,5 Pa. Uz pretpostavku izentropskog strujanja preko krila, izračunaj temperaturu u toj točki.

Rješenje:

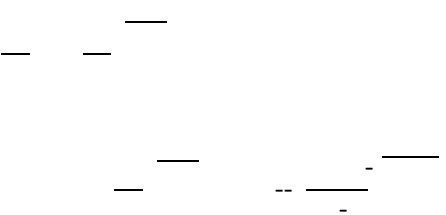


1.4

Promatramo rezervoar nadzvučnog aerotunela. Tlak i temperatura zraka u rezervoaru su 20,2 bar i 300 K. Zrak iz rezervoara širi se prema cijevi tunela. Na određenom položaju u cijevi tlak zraka iznosi 1,01 bar. Izračunaj temperaturu zraka na istom položaju ako je:

- ekspanzija izentropska
- ekspanzija neizentropska sa porastom entropije kroz cijev do tog položaja od 320 J/kg K.

Rješenje:



$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{zraka}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Temperatura i tlak u zaustavnoj točki na raketi velike brzine iznose: 519 K i . Izračunajte: **1.5**

- a) ρ_{zraka} , ρ_{voda} , i ρ_{zraka} u zaustavnoj točki
- b) ρ_{zraka} , ρ_{voda} , i ρ_{zraka} zraka u ISA/SL uvjetima

Rješenje:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{const}$$

1.6

Bernoullijeva jednačba izvedena je iz II. Newtonovog zakona koji kaže u osnovi da je sila = masa x ubrzanje. Međutim kako svi izrazi u Bernoullijevoj jednačbi imaju dimenziju energije po jedinici volumena (pr. Pa = N/m² = Nms/sm³ = Ws/m³ = J/m³) nameće se zaključak kako je Bernoullijeva jednačba zapravo energetska jednačba za nestlačivo strujanje. Ako je to tačno, onda bi Bernoullijevu jednačbu trebalo biti moguće izvesti iz energetske jednačbe za stlačivo strujanje. Iz izraza za neviskozno, adijabatsko i stlačivo strujanje,

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{const}$$

izvedite prikladne zaključke za nestlačivo strujanje i izvedite Bernoullijevu jednačbu.

Rješenje:

Iz energetske jednačbe za neviskozno, adijabatsko i stlačivo strujanje,

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{const}$$

potrebno je izvesti Bernoullijevu jednačbu za nestlačivo strujanje,

Osnovne veličine stanja fluida

—

Ako se uzme u obzir da je entalpije jednaka slijedi,

—

U diferencijalnom obliku jednačba se može zapisati:

— —

-

-

Entalpija je jednaka zbroju unutrašnje energije i umnoška tlaka sa specifičnim volumenom,

odnosno promjena entalpije je jednaka,

$$dh = du + p dv$$

Prvi zakon termodinamike:

$$du = \delta q - \delta w$$

U slučaju izentropskog optjecanja - .

Slijedi da je onda u slučaju izentropskog strujanja i lijeva strana jednačbe jednaka 0.

-

—

Ako dobiveni izraz za entalpiju ubacimo sada u diferencijalni oblik Bernoulli-Lagrangeove jednačbe

$$\frac{dh}{\rho} - \dots$$

Jednačbu pomnožimo sa i integriramo

—

-

2 OSNOVNE JEDNADŽBE ZA NEVISKOZNO STLAČIVO STRUJANJE

Poglavlja 7.4 i 7.5

2.1 U točki u struji zraka tlak, temperatura i brzina su $1,01 \times 10^5$, 320 K i 1000 m/s. Izračunaj zaustavnu temperaturu i tlak u toj točki.

Rješenje:

—

——

—

— —

————

— — —

— — — —

Zrakoplov leti u uvjetima ISA/SL. Temperatura u tođki na krilu iznosi 250 K. Odredi tlak i gustoću u tođ tođki pretpostavljajući stlađivo izentropsko strujanje. **2.3**

Rješenje:

Jednađba izentropskog strujanja

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{konstanta}$$
$$\frac{p_1}{\rho_1^\gamma} = \frac{p_2}{\rho_2^\gamma}$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^\gamma$$

2.4 Aeroprofil se nalazi u slobodnoj struji zraka ĉiji je tlak p_0 , i brzina V_0 . U toĉki na površini aeroprofila tlak iznosi 50 660 Pa. Uz pretpostavku izentropskog strujanja, izraĉunaj brzinu u toj toĉki. Kolika bi bila pogreška (%) da se za izraĉun brzine koristila pogrešna Bernoullijeva jednađba za nestlaĉivo strujanje?

Rješenje:

Blank area for the solution, containing faint horizontal lines and some illegible markings.

3 BRZINA ZVUKA I ENERGETSKA JEDNADŽBA

Poglavlje 8 (8.1 – 8.5; -574)

3.1 Zrakoplov leti brzinom od 250 m/s. Izračunaj njegov Ma broj ako leti u standardnoj atmosferi na visini:

- a) razine mora
- b) 5 km
- c) 10 km

Rješenje:

$$\begin{aligned} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \frac{\text{---}}{\text{---}} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \frac{\text{---}}{\text{---}} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \frac{\text{---}}{\text{---}} & \text{---} \end{aligned}$$

3.2 Koliki je Ma broj u točki na krilu zrakoplova ako je brzina struje zraka u toj točki 1000 m/s, a temperatura $T = 320 \text{ K}$.

Rješenje:

$$\text{---} \frac{\text{---}}{\text{---}} \text{---}$$

Machov broj je lokalna karakteristika struje zraka. Mijenja se od točke do točke kroz strujno polje. Razlikuje se od Ma broja slobodne struje zraka (brzine leta aviona).

3.3 Izračunaj omjer kinetičke i unutrašnje energije u točki struje zraka u kojoj je Ma broj:

a) $Ma = 2$

b) $Ma = 20$

Rješenje:

Ma broj je mjera usmjerenog gibanja plina s obzirom na nasumično termalno gibanje molekula.

—

-

- -

--

Pri letu $Ma=2$, kinetička energija gotovo je jednaka unutrašnjoj, dok kod velikih hipersoničnih brzina strujanja, kinetička energija je više od 100 puta veća od unutrašnje energije.

3.4 Promatramo dugačku cijev dužine 300 m. Cijev je napunjena zrakom temperature 320 K. Na jednom kraju cijevi generira se zvučni val. Koliko će mu trebati da dođe do dugog kraja?

Ako je cijev napunjena helijem temperature 320 K, koliko će tada biti potrebno zvučnom valu s jedne na drugu stranu. Za jednoatomne plinove kao što je helij, $\kappa = 1,67$. Plinska konstanta za helij iznosi $R = 2078,5 \text{ J}/(\text{kg K})$.

Rješenje:

—

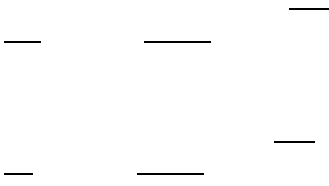
$$-\frac{--}{-}$$

3.5 Promatramo točku u struji zraka u kojoj su lokalni Ma broj, statički tlak i statička temperatura zraka jednaki 3.5, 30300 Pa i 180 K. Izračunaj lokalne vrijednosti zaustavnog tlaka, zaustavne temperature, T^* , a^* i Ma^* u toj točki.

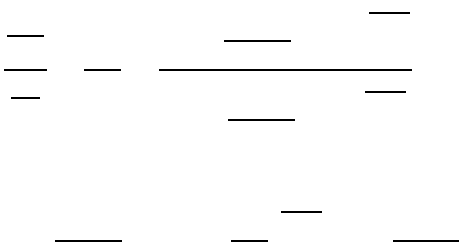
Rješenje:

$$\begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

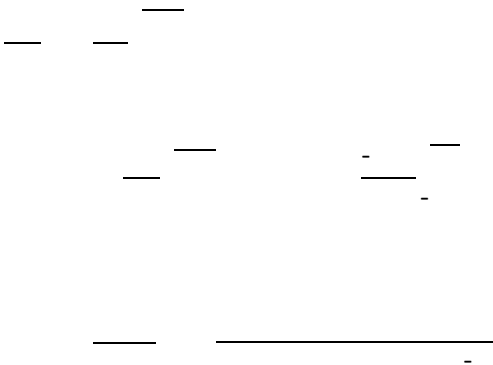
2.način



C



$$Ma_1^2 = \frac{v_1^2}{c_1^2} = \frac{v_1^2}{\frac{\gamma p_1}{\rho_1}} = \frac{\rho_1 v_1^2}{\gamma p_1}$$



4 NORMALNI UDARNI VAL

Poglavlje 8.6 (str. 575), 8.7



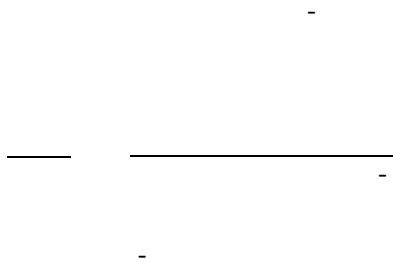
- 4.1** Promatra se normalni udarni val u zraku. Ispred normalnog udarnog vala karakteristike struje zraka su: $u_1 = 580 \text{ m/s}$, $T_1 = 288 \text{ K}$ i $p_1 = 1,01 \text{ bar}$. Izračunaj brzinu, temperaturu i tlak zraka iza udarnog vala.

Rješenje:

Zrak prolaskom kroz udarni val naglo mijenja svoje karakteristike, T i p rastu, a V opada.



Slijedi da su:



Normalni udarni val

4.2

Promatra se normalni udarni val u nadzvučnoj struji zraka u kojoj je tlak zraka prije udarnog vala jednak 1,01 bar. Izračunaj gubitak zaustavnog tlaka zraka kroz udarni val kada je Ma broj ispred udarnog vala jednak:

a) $Ma_1 = 2$

b) $Ma_1 = 4$

Usporedi ta dva rezultata i komentiraj!

Rješenje:

a) Ukupni tlak ispred udarnog vala moguće je izračunati iz omjera tlakova s obzirom na Ma broj struje zraka. Vidi Prilog ?

Za _____ iz Tablice karakteristika izentropske struje zraka

Dakle,

$$\frac{p_0}{p_0^*} = \dots$$

Ukupni tlak iz udarnog vala određuje se preko omjera _____ iz Tablica za normalni udarni val

Za _____ iz Priloga ?? - -

$$\frac{p_0}{p_0^*} = \dots$$

Razlika ukupnog tlaka (gubitak zaustavnog tlaka) je

$$p_{01} - p_{02} = p_{01} \left(\frac{p_{02}}{p_{01}} - 1 \right)$$

b)

Za _____ iz Tablice karakteristika izentropske struje zraka

$$\frac{p_0}{p_0^*} = \dots$$

Ukupni tlak iz udarnog vala određuje se preko omjera _____ iz Tablica za normalni udarni val

Za _____ -

Gubitak zaustavnog tlaka je

Gubitak ukupnog tlaka smanjuje sposobnost toka da izvrši korisni rad, što znači da smanjuje sposobnost nekog uređaja i radi trošak. Dvostruko veći Ma broj 60 puta je povećao gubitak ukupnog tlaka ($132,6/2,21 = 60$).

4.3 Ramjet motor (uređaj za koji stvara potisak bez rotirajućih dijelova) leti na visini od 10 km u standardnoj atmosferi. Brzina leta iznosi $Ma = 2$. Izračunajte temperaturu i tlak zraka u točki 2 u trenutku kada je $Ma_2 = 0.2$. Strujanje između točke 1 i 2 je izentropsko.

Rješenje:

Ukupni tlak i ukupna temperatura (zaustavni uvjeti) ispred normalnog udarnog vala mogu se odrediti iz Tablice izentropskog strujanja $Ma_\infty = 2$

—

—

U točki 1 iza udarnog vala, zaustavni tlak je za $Ma_\infty = 2$ (Tablica normalni udarni val)

$$P_{20} = P_{10} \left(\frac{P_{20}}{P_{10}} \right) \left(\frac{T_{20}}{T_{10}} \right) \left(\frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right) \left(\frac{a_{20}}{a_{10}} \right)$$

Normalni udarni val

Ukupna temperatura je konstantna kroz udarni val jer je

$$T_{01} = T_{02} = T_{03}$$

S obzirom da je strujanje između točaka 1 i 2 izentropsko, zaustavni tlak i temperatura su konstantni između tih točaka,

$$p_{01} = p_{02} = p_{03}$$

-

U točki 2 u kojoj je $Ma_2 = 0,2$ moguće je odrediti statički tlak i temperaturu prema Prilogu ??

$$p_2 = p_{02} \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)_{Ma=0,2} \quad i \quad T_2 = T_{02} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)_{Ma=0,2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{02}}{p_1} \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)_{Ma=0,2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{02}}{T_1} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)_{Ma=0,2}$$

4.4 Omjer tlakova kroz normalni udarni val u zraku je 4,5. Koliki su Ma broj ispred i iza udarnog vala? Koliki je omjer gustoća i omjer temperatura zraka kroz udarni val?

Rješenje:

Prema tablicama za normalni udarni val za

-

Iz istih tablica slijedi da je:

$$\frac{p_2}{p_1} = 4,5$$

Kod normalnih udarnih valova omjer tlakova iza i ispred udarnog vala jednoznačno određuje Ma ispred udarnog vala, Ma broj iza udarnog vala kao i omjere ostalih termodinamičkih karakteristika kroz val.

4.5 Omjer temperatura zraka kroz udarni val iznosi 5,8. Koliki je Ma broj ispred, a koliki iza udarnog vala. Koliki je omjer gustoća i tlakova kroz val?

Rješenje:

Prema tablicama za normalni udarni val za $M_1 = 5,8$

Iz istih tablica slijedi da je:

$$\frac{T_2}{T_1} = 5,8$$

Kod normalnih udarnih valova omjer temperatura iza i ispred udarnog vala jednoznačno određuje Ma broj iza udarnog vala, Ma broj ispred udarnog vala kao i omjere ostalih termodinamičkih karakteristika kroz val.

4.6 Ma broj iza udarnog vala iznosi 0,4752. Koliki je Ma broj ispred udarnog vala? Kolika su omjeri gustoće, tlaka i temperature kroz val?

Rješenje:

Prema tablicama za normalni udarni val za $M_2 = 0,4752$

$$\frac{T_2}{T_1} = 0,99997 \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0,72097 \quad \frac{p_2}{p_1} = 0,72097 \quad \frac{p_0_2}{p_0_1} = 0,99997$$

Kod normalnih udarnih valova omjer određivanje Ma broja iza udarnog vala jednoznačno određuje Ma ispred udarnog vala, kao i omjere ostalih termodinamičkih karakteristika kroz val.

4.7 Brzina i temperatura struje zraka ispred normalnog udarnog vala iznose 1215 m/s i 300 K. Izračunajte brzinu struje zraka iza vala?

$$\frac{v_2}{v_1} = 0,57735 \quad T_2 = 172,5 \text{ K}$$

Prema tablicama za normalni udarni val za $M_1 = 3,0$



4.8 Promatramo normalni udarni val čiji je $Ma_1 = 3,53$. Izračunaj Ma broj iza udarnog vala:

- a) koristeći najbližu vrijednost iz tablice vrijednosti za udarne valove
- b) interpolirajući tablične vrijednosti
- c) egzaktno analitički proračunati

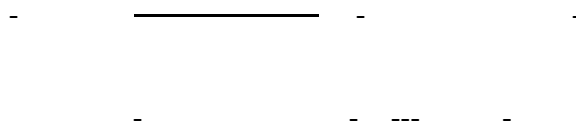
Usporedi rezultate!

a) $Ma_1 = 3,53$

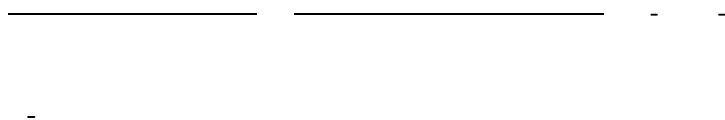
Prema tablicama za normalni udarni val za $Ma_1 = 3,53$ najbliža vrijednost za Ma broj je:

b) _____ je između _____ gdje je _____ i _____ gdje je _____

Intepolacijom slijedi da je za



c)



- 4.9** Zrakoplov Lockheed SR-71 Blackbird leti na visini od 25 km. Tlak izmjeren na Pitot cijevi zrakoplova iznosi $3,88 \cdot 10^4$ Pa. Izračunaj brzinu zrakoplova.

Rješenje:

Na visini od 25 km, $p = 2.5273 \times 10^3$ Pa i $T = 216.66$ K

$$\frac{P_{2A}}{P_1} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

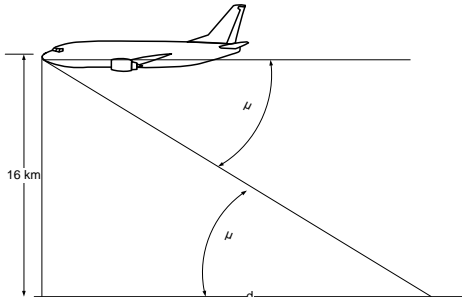
Iz tablice za normalni udarni val za $\gamma = 1.4$, slijedi da je

$$\frac{P_{2A}}{P_1} = 1.701$$

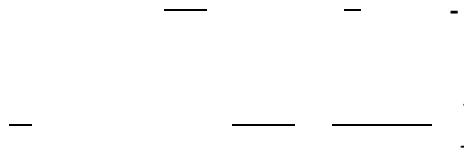
5 KOSI UDARNI VAL

Poglavlje 9

- 5.1** Nadzvučni zrakoplov leti na $Ma = 2$ na visini od 16 km. Pretpostavimo da se udarni valovi od zrakoplova brzo spajaju u Machov val koji presijeca tlo iza zrakoplova, uzrokujući „zvučni udar“ koji čuje osoba na tlu. Na kojoj udaljenosti od osobe na tlu se nalazi zrakoplov u trenutku zvučnog udara?



Rješenje:



- 5.2** Promatra se nadzvučno strujanje sa $Ma = 2$, $p = 1,01$ bar i $T = 288$ K. Ova struja zraka kut otklona od 20° . Izračunaj M , p , T , p_0 i T_0 iza rezultirajućeg kosog udarnog vala.

Rješenje:

Kosi udarni val

z

-

(Slika 9.9, str.613.)

-

Dalje možemo odrediti normalnu komponentu M_a broja prije udarnog vala

$\frac{p}{\rho}$ $\frac{1}{\rho}$

$\frac{v}{c}$ $\frac{v}{c}$ $\frac{v}{c}$ $\frac{v}{c}$

_____ -

-

Pomoću koje slijedi da je

_____ -

Omjere tlakova, temperature i gustoće možemo odrediti preko jednadžbi za normalni udarni val:

$\frac{p_2}{p_1}$ _____
 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ _____

_____ -

_____ -

_____ -

_____ -

_____ -

Konačno je moguće izračunati tlak i temperaturu iza kosog udarnog vala:

$$2.82 \frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2}$$

$$1.888 \frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2}$$

Zaustavne uvjete za θ moguće je odrediti pomoću Appendix A: $\theta_{45} \frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2}$ i

$$\frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2} = 0.95 \frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2}$$

$$\frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2} = \theta$$

$$\frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2} = \frac{v_1}{c_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{c_2}{c_1} \frac{v_2}{c_2}$$

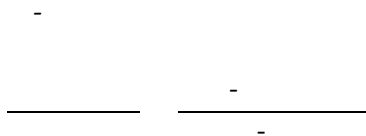
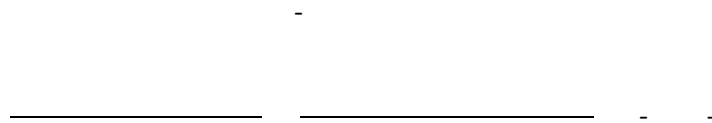
5.3 Promatra se kosi udarni val pod kutom od 30° . Machov broj ispred vala iznosi 2.4. Izračunaj nagib struje zraka, Machov broj, te omjere tlaka i temperature iza udarnog vala.

Rješenje:



Ili

(Slika 9.9, str.613.)



Provjera pomoću tablica za normalni udarni val, Appendix 8, za
slijedi da je -

5.4 Promatra se struja zraka brzine $v = 3$ koju je potrebno usporiti na podzvučnu brzinu. Promatramo dva različita načina kako bi to postigli:

(1) struju zraka usporavamo kroz normalni udarni val

(2) struja zraka najprije prolazi kroz kosi udarni val sa 40° kutom vala, a zatim kroz normalni udarni val. Odrediti omjer konačnih zaustavnih tlakova iza normalnog udarnog vala za slučaj br. 2 i zaustavnog tlaka iza normalnog udarnog vala za prvi slučaj. Komentiraj rezultate.

Rješenje:

Za slučaj (1)

Tablica iz App. B

Kosi udarni val

Za slučaj (2)

$\frac{1}{2}$ $\frac{0.0000}{0.0000}$

-

_____ - _____ -

-

Iz App. B moguće je odrediti za _____ interpolacijom:

_____ - _____ -

_____ - _____ - _____ - _____ -

_____ - _____ -

Za struju zraka sa _____ iz tablica za normalni udarni val slijedi da je:

_____ -

Ukupno smanjenje zaustavnog tlaka u slučaju br. 2 jednako je:

_____ - _____ - _____ - _____ - _____ -

Konačno:

_____ -

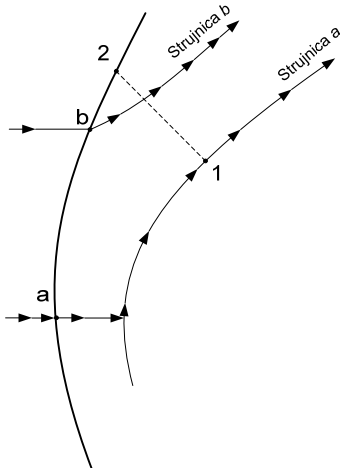
_____ -

Kranji ukupni tlak je 76% veći u slučaju višestrukih udarnih valova u usporedbi sa normalnim udarnim valom u slučaju br. 1. Zaustavni tlak je indikator koliko korisnog rada je moguće preuzeti iz neke struje zraka. Što je

veći zaustavni tlak struja zraka ima veću iskoristivost. Manji gubitak zaustavnog tlaka znači veću iskoristivost struje zraka. U slučaju broj 2 imamo manje gubitke pri zaustavljanju struje zraka. Kada se smanji Ma broj ispred normalnog udarnog vala, tada su i gubici manji. Kosi udarni val u drugom slučaju služio je upravo tome. Primjena ovih karakteristika nadzvučne struje zraka vidljiva je pri projektiranju usisa zraka u mlazne motore nadzvučnih zrakoplova.

6 ZAOBLJENI UDARNI VAL, EKSPANZIJSKI VAL

- 6.1** Promatramo odvojeni zaobljeni udarni val ispred dvodimenzionalnog paraboličnog tupog tijela (vidi sliku). brzina slobodne struje zraka je $Ma = 8$. Promatramo dvije strujnice koje prolaze kroz udarni val u točkama a i b kao na slici. Kut vala u točki a iznosi 90° , a u točki b 60° . Izračunaj i usporedi vrijednosti entropije relativno prema struji zraka za strujnice a i b u struji iza udarnog vala.



Rješenje:

Neposredno iza zaobljenog udarnog vala u točki a moguće je odrediti karakteristike struje preko jednadžbi za normalni udarni val.

Tako imamo,

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{w_2}{w_1}$$

Iz App. B za slijedi da su:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\gamma} \frac{w_2}{w_1} \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Porast entropije određuje se iz jednadžbe:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) - R \ln \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = c_p \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) - \frac{R}{\gamma} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \frac{\gamma}{\gamma-1}$$

S obzirom na poznatu činjenicu iz teorije udarnih valova prema kojoj je strujanje duž neke strujnice iza udarnog vala adijabatsko i bez trenja, odnosno izentropsko, slijedi da će promjena entropije biti konstantna duž čitave strujnice a.

Zaobljeni udarni val

Dakle, promjena entropije duž strujnice a

-

Neposredno iza zaobljenog udarnog vala na mjestu b , gdje je

-

iz tablice u App. B za

— moguće je odrediti

—

Dakle na mjestu b i duž strujnice b ,

—

Promjena entropije duž b strujnice manja je nego duž a strujnice jer strujnica b prolazi kroz slabiji dio zaobljenog udarnog vala.

6.2

Nadzvučno strujanje sa
otklona od 15° . Izračunaj
zraka iza udarnog vala.

-

ekspandira oko oštrog vrha kroz kut
i kutove ispred i iza Ma linija s obzirom na smjer struje

Rješenje:

Prandtl-Mayerova funkcija

— — — — —
— — — — —
— — — — —
— — — — —
— — — — —

Iz tablice App. C (Prandtl-Mayerova funkcija i Ma kut) za $M_1 = 2$ slijedi da je

Omjere tlakova moguće je odrediti iz tablice App. A;

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{7}$$

—

—

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{4}$$

—

—

S obzirom da je struja zraka izentropska slijedi da je $\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2^\gamma}{\rho_1^\gamma}$ i

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^\gamma = \left(\frac{1}{4}\right)^\gamma = \frac{1}{16}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{16}$$

—

Kut prednje Ma linije $\theta_1 = 11.3^\circ$

Kut zadnje Ma linije $\theta_2 = 5.0^\circ$

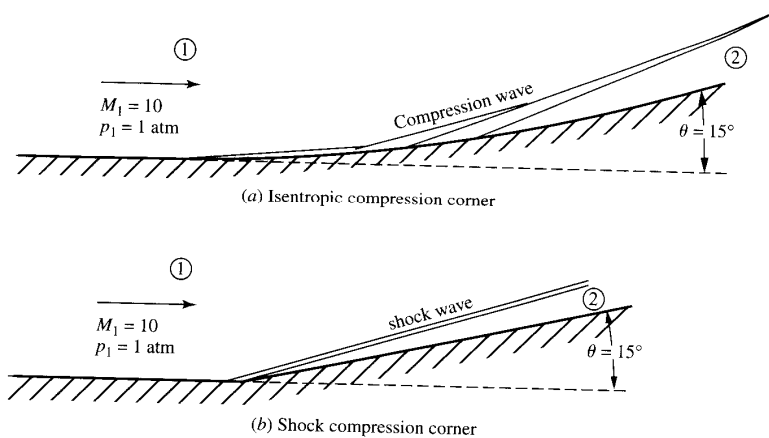
—

6.3

Promatramo strujanje zraka čija je brzina i tlak - - . Izračunajte Ma broj i tlak u slučaju:

a) postepenog kompresijskog zakretanja kroz ukupni kut od 15° (Prandtl-Mayerova kompresija)

b) kompresiju preko oštrog kuta od 15° (kosi udarni val)



Rješenje:

a) izentropsko strujanje, PM kompresija

Iz tablice App. C za - slijedi da je

Iz tablice App. C za slijedi da je

Iz App. A, za - - -

za izentropsko strujanje

$$p_2 = p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = 1 \text{ atm} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \dots$$

b) adijabatsko strujanje, kosi udarni val

(Slika 9.9, str.613.)

Iz tablice u App. B (normalni udarni val) za moguće je odrediti

$\frac{P_2}{P_1}$
 $\frac{u_2}{u_1}$

-

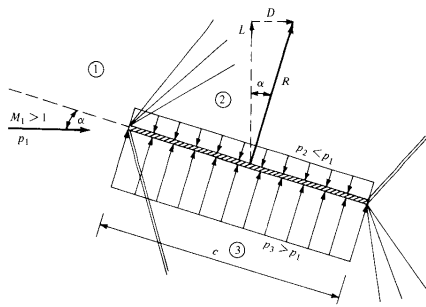
_____ -

-

_____ - _____

Izentropska kompresija je djelotvorniji proces jer su i Ma i tlak iza kompresijskog vala veći nego u slučaju kosog udarnog vala. Nedjelotvornost kosog udarnog vala mjeri se kroz gubitak ukupnog tlaka kroz kosi udarni val koji iznosi oko 77%

6.5 Izračunaj koeficijente uzgona i otpora ravne ploču pod kutom od 5° u struji zraka brzine $Ma = 3$.



Rješenje:

Da bi odredili sile na ploču potrebno je izračunati omjer tlakova na gornjoj površini i omjer na donjoj površini.

$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1}$

Iz App. C za $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1}$

Iz App. C slijedi da je za $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1}$

Iz App. A, za

za izentropsko strujanje

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1}$$

Omjer tlakova na donjoj površini

Iz dijagrama karakteristika kosog udarnog vala za

Iz App. B za

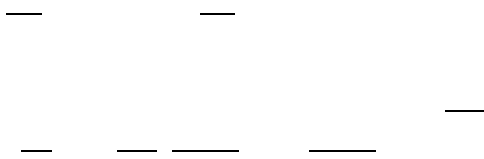
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—

ili

□
□

— — — — —

7 STLAČIVO STRUJANJE KROZ MLAZNICE, DIFUZORE I AERODINAMIČKE TUNELE



7.1

Promatramo izentropsko nadzvučno strujanje kroz konvergentno-divergentnu mlaznicu sa omjerom površine izlaza prema grlu 2. Tlak u rezervoaru i temperatura su 1.01 bar i 288 K. Izračunajte M , p , T u grlu i na izlazu iz mlaznice za slučajeve kada je:

- a) strujanje nadzvučno na izlazu
- b) strujanje je podzvučno kroz cijelu mlaznicu osim u grlu gdje je $M = 1$.
- c) izlazni tlak jednak -

Rješenje:

a) U grlu je strujanje sonično,

ρ_0 ρ ρ_0

— - - -

— - -

Na izlazu je strujanje nadzvučno. Za _____ iz App. A (izentropsko strujanje) slijedi:

ρ_0 ρ ρ_0

— —

$$\frac{\rho_0}{\rho} L \frac{s}{\dots}$$

— - -

—

Nadzvučni aerodinamički tuneli

U grlu je strujanje i dalje sonično, pa vrijedi prema prethodnom izračunu da su:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Međutim, na svim ostalim mjestima u mlaznici strujanje je podzvučno, pa iz App. A za (dio za podzvučno strujanje) slijedi:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$L_0 L \frac{ds}{dx} = L r \frac{dM}{M}$$

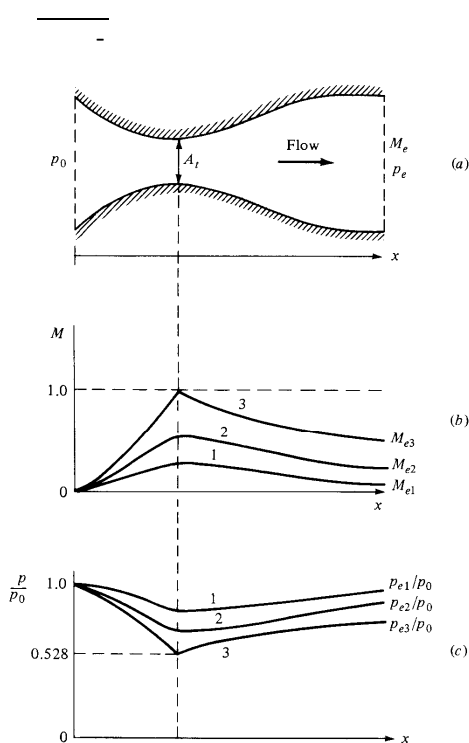


Figure 10.11 Isentropic subsonic nozzle flow.

U trenutku kada $M = 1$ strujanje u grlu je sonično, ali u svim ostalim dijelovima podzvučno

Iz toga slijedi da je

Ako pretpostavimo da je tlak na izlazu iz mlaznice jednak p_e , što je veće od graničnog p^* , slijedi da je strujanje kroz cijelu mlaznicu podzvučno uključujući i grlo. A^* je referentna vrijednost, a A_t stvarna vrijednost površine mlaznice.

$$\frac{A^*}{A_t} = \frac{1}{M} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Za taj omjer je iz podzvučnog dijela App. A:

- —

— — — -

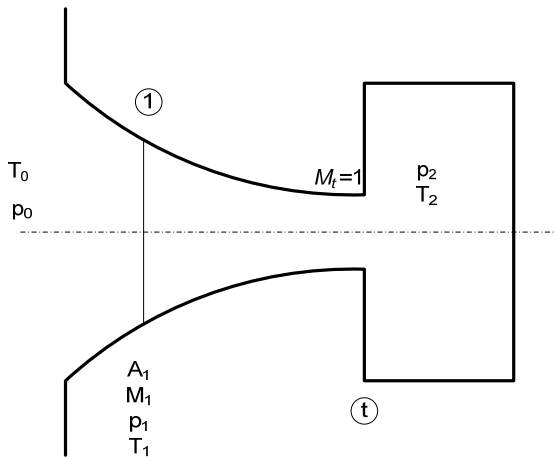
Za omjer $\frac{p_0}{p_0^*}$ je iz podzvučnog dijela App. A:

-

7.3

Zrak iz okoline struji kroz konvergentnu mlaznicu u spremnik u kojemu se održava tlak od 200 kPa. U presjeku 1 čija je površina 0.0012 m^2 tlak i temperatura su 400 kPa i 5°C , a Ma broj je 0.52. Odredi:

- a) Ma broj u grlu mlaznice
- b) maseni protok
- c) površinu poprečnog presjeka grla



Rješenje:

Blank lines for the solution.

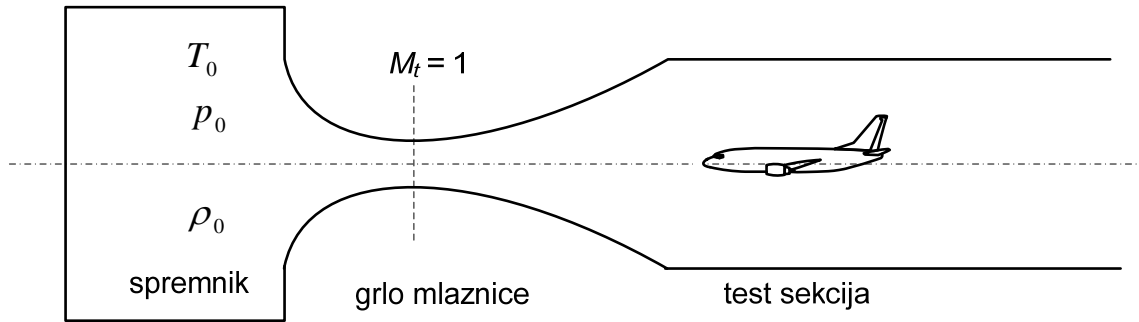
8 NADZVUČNI AERODINAMIČKI TUNELI

Poglavlje 10.5 (str. 698)

8.1

Model zrakoplova nalazi se u test sekciji nadzvučnog aerotunela protočnog presjeka 3 m^2 . Maksimalna brzina zrakoplova je $Ma = 2$. Radni fluid je zrak koji istječe iz spremnika u kojem je tlak 3 bara i temperatura 20°C . Odredi:

- a) uvjete u grlu DeLavalove mlaznice,
- b) uvjete u test sekciji,
- c) maseni protok zraka kroz tunel.



Rješenje:

- -

_____ -

_____ - -

- -

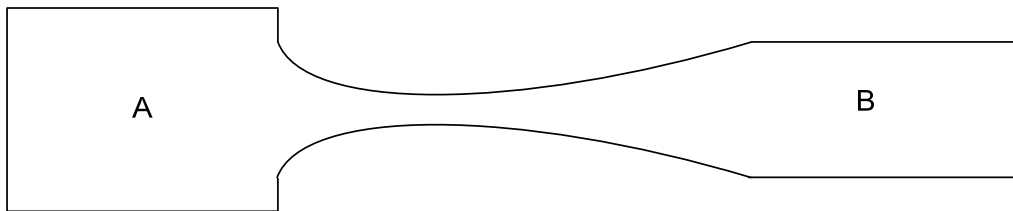
- -

_____ _____

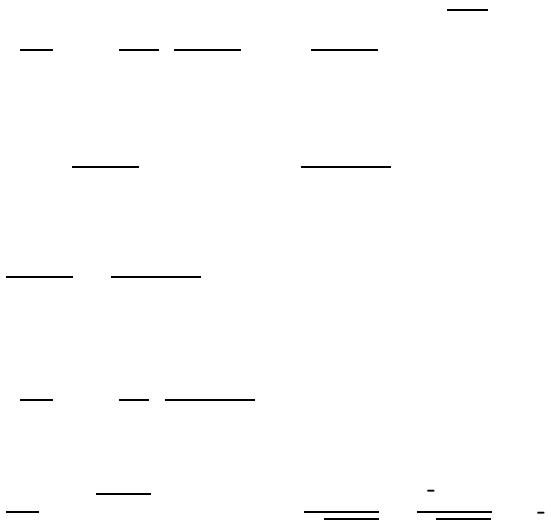
_____ - _____



- 8.2** Zrak gustoće ρ , pod tlakom p_0 , miruje ($M = 0$) u spremniku A. Za aerodinamička mjerenja u prostoru B, koji ima poprečni presjek S_B , potrebna su standardni uvjeti na razini mora i brzina c .
- Koliki treba biti poprečni presjek grla mlaznice i protok kroz mlaznicu?
 - Koliki treba biti tlak p_0 u spremniku ?



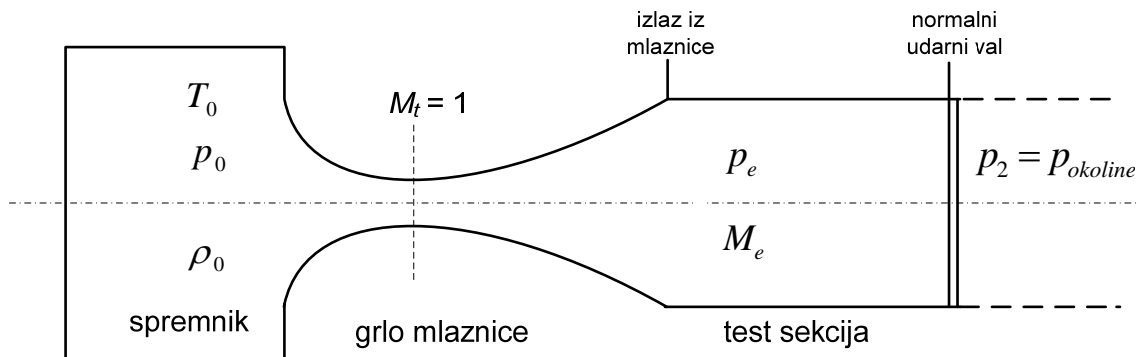
Rješenje:



8.3

Nadzvučni aerodinamički tunel skiciran je na slici. Temperatura zraka u spremniku je 1000 K. U okolini vlada standardni atmosferski tlak. Maseni protok kroz tunel je 120 kg/s. Ako je u testnoj sekciji potrebno ostvariti brzinu struje zraka $Ma = 3$, izračunaj:

- a) brzinu u grlu mlaznice
- b) brzinu na izlazu testne sekcije
- c) površinu grla mlaznice i
- d) površinu izlaznog presjeka



Rješenje:

Za slijedi da je

Nadzvučni aerodinamički tuneli

\hat{u} \hat{u} — \hat{u} —

Za slijedi da je -

$$\frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} = \frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} -$$

-

— --- -

— —————

— ————— - -

$$\frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} = \frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} \frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} \frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2}$$

$$\frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2} \frac{\rho_0 \hat{u}^2}{\rho_0 \hat{u}^2}$$

— ————— -

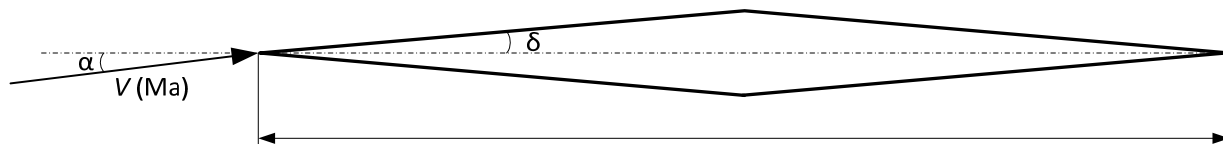
9 STLAČIVO STRUJANJE PREKO AEROPROFILA

Poglavlje 11 (11.1-11-3; str. 711 – 722)

9.1

Klinasti dvostrukosimetrični aeroprofil prema slici nalazi se u nadzvučnoj struji zraka. Egzaktnim proračunom odrediti:

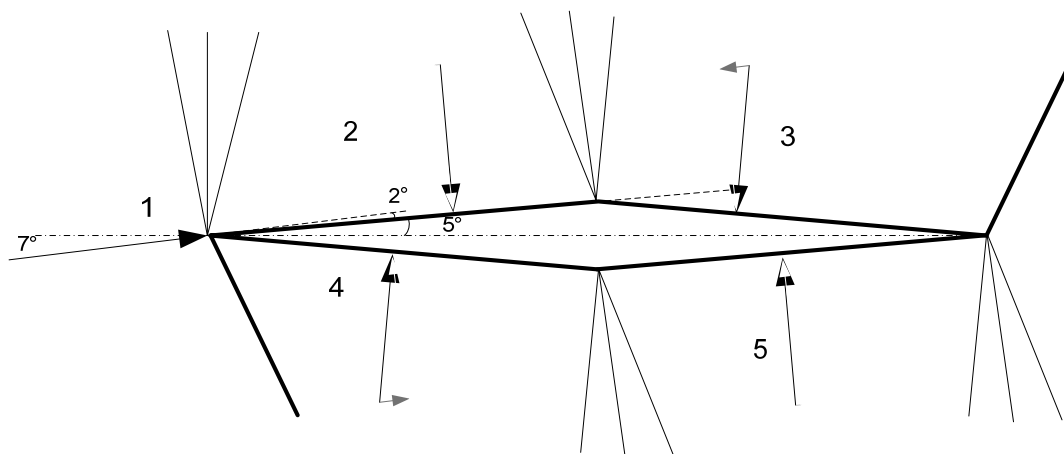
- a) koeficijent uzgona i silu uzgona po jedinici raspona
- b) koeficijent valnog otpora i silu otpora po jedinici raspona
- c) skicirati raspored tlaka na aeroprofilu.



Podaci:

$Ma_{\infty} = 1,6$	$t_{\infty} = -20^{\circ}\text{C}$	$c = 2\text{ m}$
$\alpha = 7^{\circ}$	$p_{\infty} = 0,7\text{ bar}$	$\delta = 5^{\circ}$

Rješenje:



1 – 2 Prandtl-Mayerova ekspanzija

2 – 3 Prandtl-Mayerova ekspanzija

1 – 4 Kosi udarni val

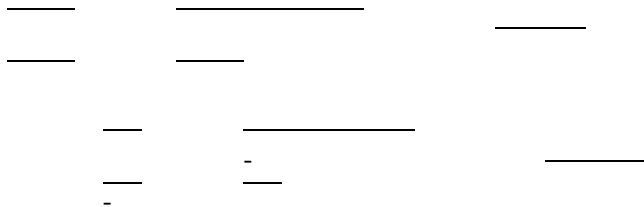
4 – 5 Prandtl-Mayerova ekspanzija

1 – 2 Prandtl-Mayerova ekspanzija

Na prvoj gornjoj ploči nastaju Prandtl-Mayerovi ekspanzijski valovi kroz koje dolazi do porasta Ma broja.

☐☐☐ ☐☐☐ ☐☐☐ ☐y ☐F ☐w ☐L ☐T☐☐

Prandtl-Mayerova funkcija:



Iz App. C slijedi da je za

S obzirom da je strujanje kroz ekspanzijske valove izentropsko (odnosno, su konstantni kroz valove) slijedi iz jednadžbi za izentropsko strujanje:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\psi}{dx} \right) + \frac{d\psi}{dx} = 0$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d^2\psi}{dx^2}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \gamma \frac{d\psi}{dx} = 0$$

$$\psi = C_1 e^{-\gamma x} + C_2$$

2 – 3 Prandtl-Mayerova ekspanzija

Na drugom dijelu ploče, opet se strujnice zraka šire tj. nastaju ekspanzijski valovi kroz koje dolazi do ponovnog pada tlaka zraka.

☐ ☐ -

Iz App. C slijedi da je za

1 – 2	2 – 3
$\dot{a}_5 L_5 t^1$	$\dot{a}_6 L_6 t^1$
$\gamma_5 = 1.6$	$\gamma_6 = 1.67$
$\dot{a}_5 / \gamma_5; L_5 \dot{x}$	$\dot{a}_6 / \gamma_6; L_6 \dot{x}$
$\dot{a}_6 L_6 \dot{x} E \dot{a} L_5 E t L_5 \dot{x}$	$\dot{a}_7 L_7 \dot{x} E \dot{a} L_6 E s L_6 \dot{x}$
$\gamma_6 L_6 \dot{x}$	$\gamma_7 L_7 \dot{x}$
$\frac{L_6}{L_5} L_5 \dot{x}$	$\frac{L_7}{L_6} L_6 \dot{x}$
$L_6 L_5 \dot{x}$	$L_7 L_6 \dot{x}$

1 – 4 Kosi udarni val

Na donjoj strani profila zrak iz područja 1 prolazi kroz kosi udarni val u područje 4.

Iz dijagrama ϑ - β - M slijedi:

$$\vartheta_5 = \dots \quad \vartheta_6 = \dots$$

iz tablice u App. B za \dots moguće je odrediti

$$\begin{aligned}
 & - \\
 & - \\
 & \quad - \quad \text{bar} \\
 & \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

4 – 5 Prandtl-Mayerova ekspanzija

□ -

Prandtl-Mayerova funkcija

$$\begin{aligned}
 & \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 & \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 & \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \\
 & \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad - \\
 & \quad - \\
 & \quad -
 \end{aligned}$$

Iz App. C slijedi da je za

S obzirom da je strujanje kroz ekspanzijske valove izentropsko (odnosno, su konstantni kroz valove) slijedi iz jednadžbi za izentropsko strujanje:

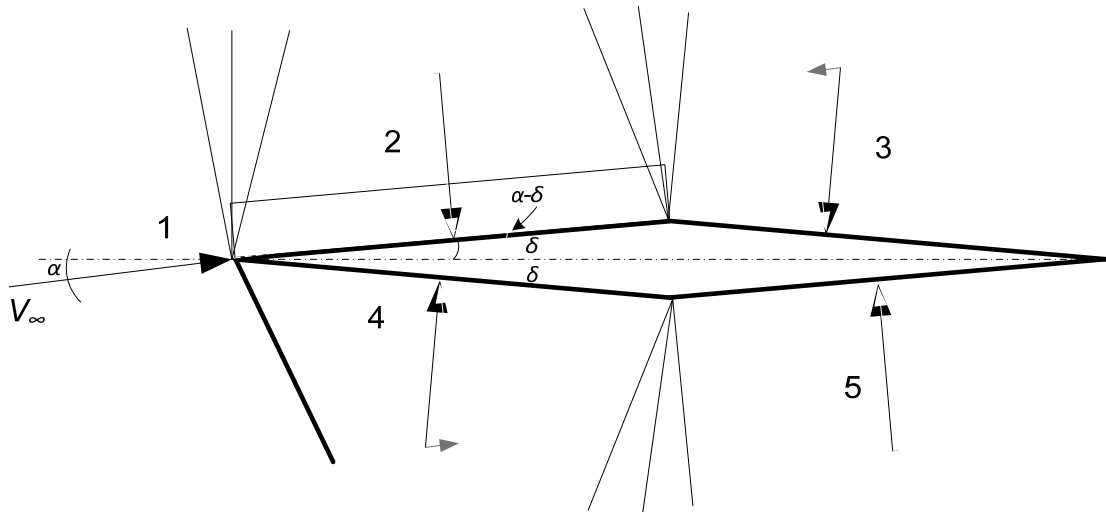
$$\begin{aligned}
 & \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 & \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 & \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 & \quad \text{bar} \\
 & \quad - \quad - \quad -
 \end{aligned}$$

Stlačivo strujanje preko aeroprofila

1 – 4	4 – 5
$\dot{a} L^t$	$\dot{a} L^t$
$/_5 = 1.6$	$/_8 L s \ddot{w}$
$\acute{U} L w$	$\acute{a}_8 /_8 ; L t \ddot{y}$
$/_5 L /_5 \acute{U} \ddot{a} k x \ddot{w} \ddot{a}$	$\acute{a}_9 L \acute{a} E \acute{a} L t \ddot{y} E s L t \ddot{y}$
$/_8 L \ddot{w} ; /_8 L r \ddot{s}$	$/_9 L s \ddot{w}$
$\frac{L_8}{L_5} L s \ddot{z} v$	$\frac{L_9}{L_8} L r \ddot{x}$
$L_8 L \ddot{z} \ddot{z} \ddot{f}$	$L_9 L r \ddot{z} \ddot{f}$

Silu uzgona i otpora po jedinici raspona računamo:

$$C_L = \frac{L}{\rho V_\infty^2 b} \quad C_D = \frac{D}{\rho V_\infty^2 b}$$



10 PRANDTL-GLAUERTOVA KOREKCIJA ZA STLAČIVOST

Poglavlje 11.4 i 11.5

10.1 Na nekoj točki na površini aeroprofila, koeficijent tlaka iznosi -0.3 pri vrlo malim brzinama. Ako je brzina slobodne struje zraka $Ma = 0.6$, izračunaj C_p u toj točki.

Rješenje:

$$\frac{C_p}{\sqrt{1 - Ma^2}} = -0.3$$

10.2 Teoretski, koeficijent uzgona za tanki, simetrični aeroprofil u nestlačivoj truji zraka iznosi .
Izračunajte koeficijent uzgona pri $Ma_\infty = 0.7$.

Rješenje:

$$C_L = 0.4$$

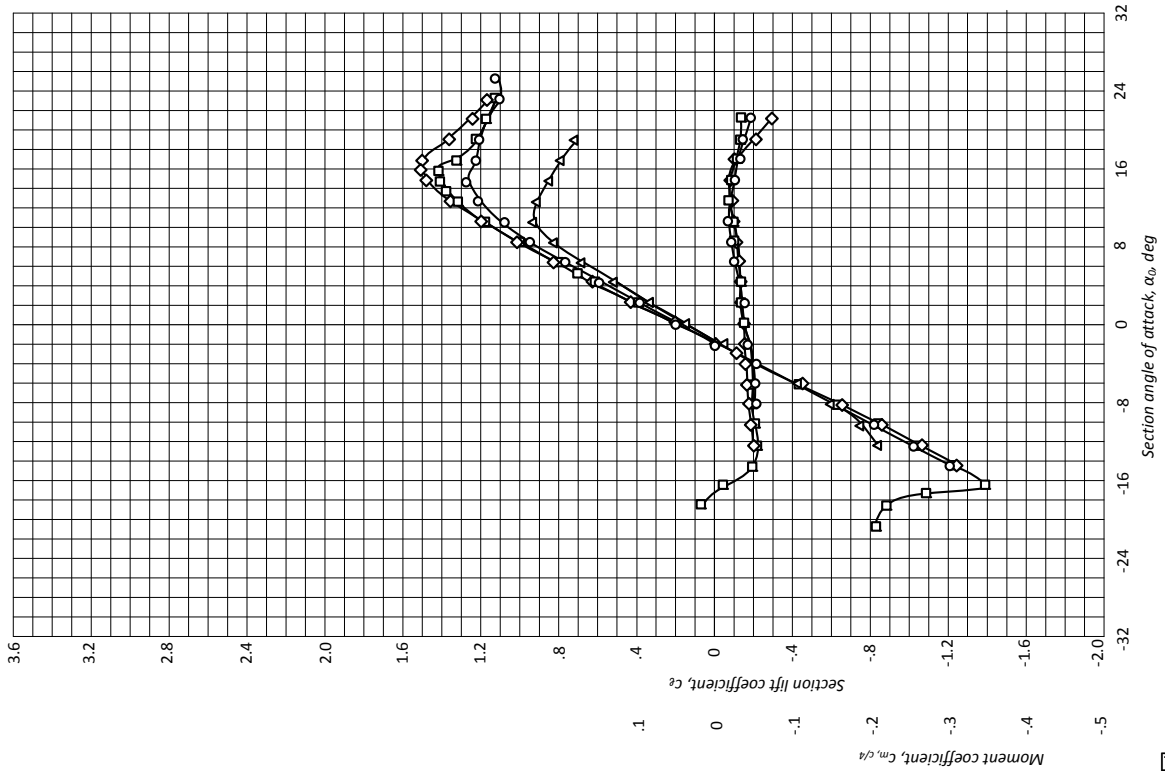
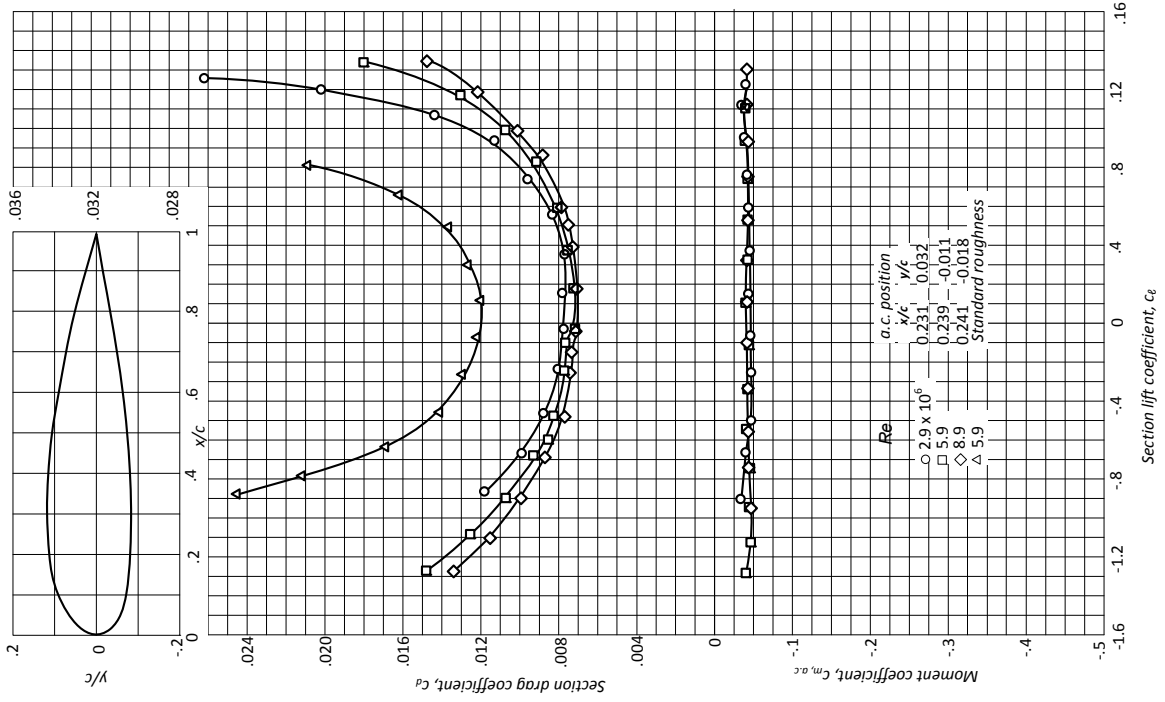
Utjecaj stlačivosti pri $Ma_\infty = 0.7$ je da povećava nagiba pravca koeficijenta uzgona za ,
odnosno 40%.

10.3 Izračunajte koeficijent uzgona za aeroprofil NACA 2421 pri ako je brzina struje zraka jednaka $Ma_\infty = 0.6$.

Rješenje:

$$C_L = 0.4$$

NACA 2421



□

□

10.4 Aeroprofil se ispituje u podzvučnom aerotunelu. Brzina strujanja u test sekciji je 30.48 m/s, a vladaju uvjeti standardne atmosfere na razini mora. Ako je tlak u točki na aeroprofilu 100678.7 Pa, odredi koeficijent tlaka u toj točki. Ako se brzina poveća na 0.6 Ma, koliki je koeficijent tlaka?

Rješenje:

- -

=====

=====

-

10.5 Aeroprofil ima Na osnovu eksperimentalnih rezultata kod Ma = 0.16 koeficijent uzgona je
 pri Koliki je koeficijent uzgona kod pri Ma = 0.65 prema Prandtl-Glauertovoj teoriji?

Rješenje:

=====

=====

=====

11 KRITIČNI MACHOV BROJ

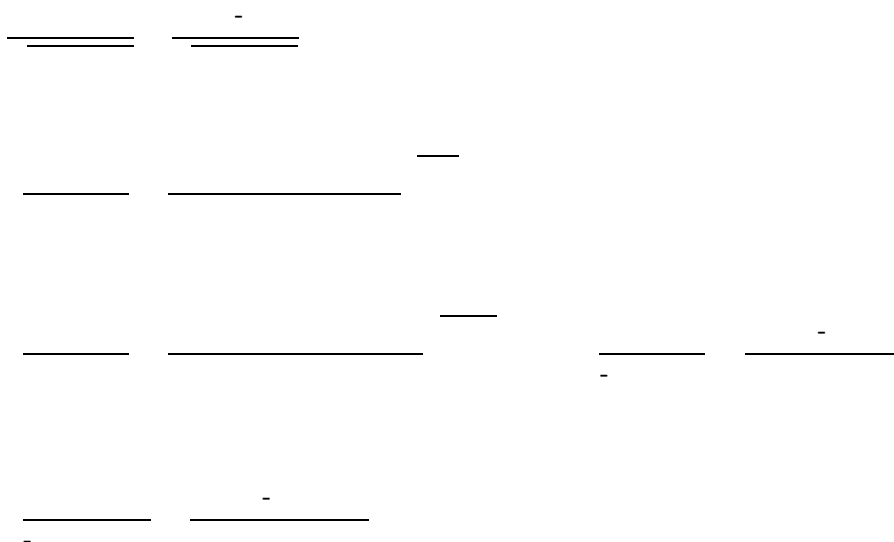
Poglavlje 11.6-11.9

Kritični Machov broj

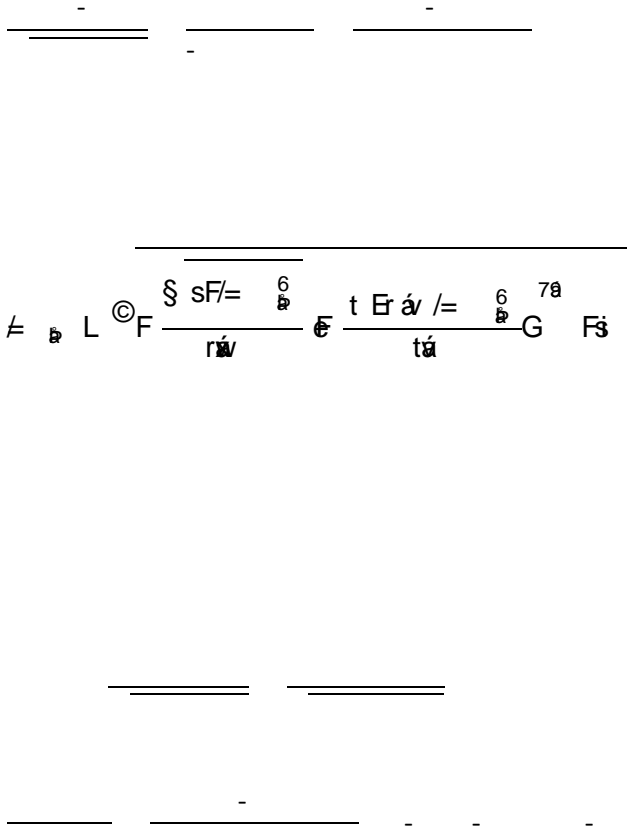
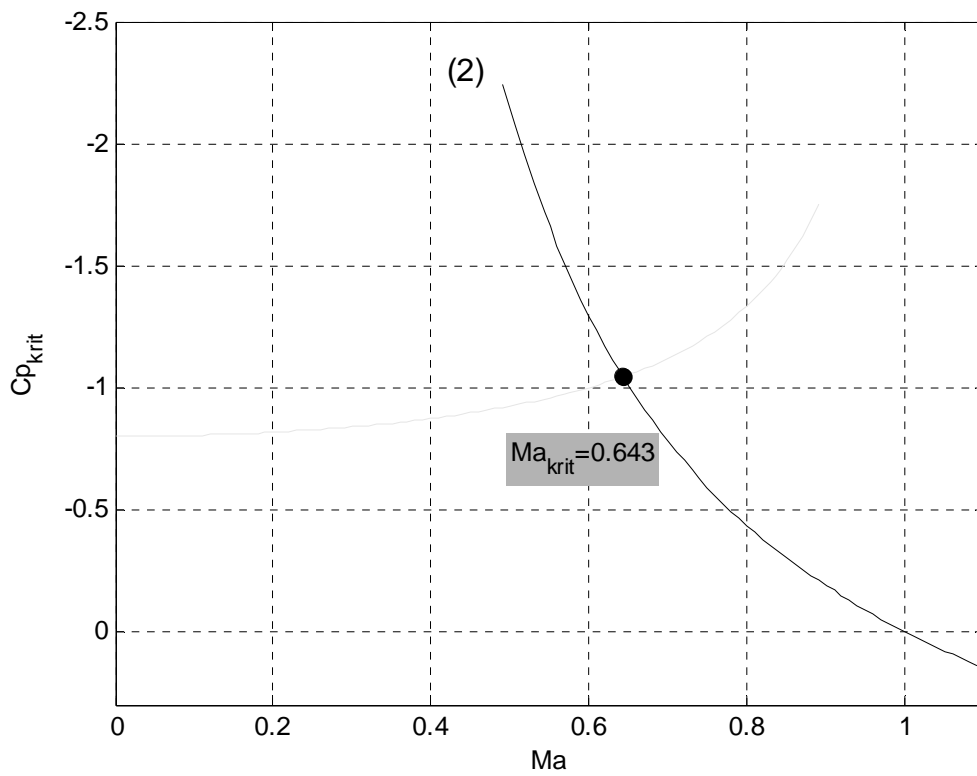
Na najisturenijoj točki na aeroprofilu, koeficijent tlaka za slučaj nestlačivog strujanja iznosi -0,8. Odredi:

- kritični Machov broj aeroprofila, grafički i numerički
- povećanje koeficijenta uzgona u odnosu na nestlačivo strujanje pri kritičnom Machovom broju

Rješenje:



	-	-	-	-	-		
	-	-	-				
					-	-	-

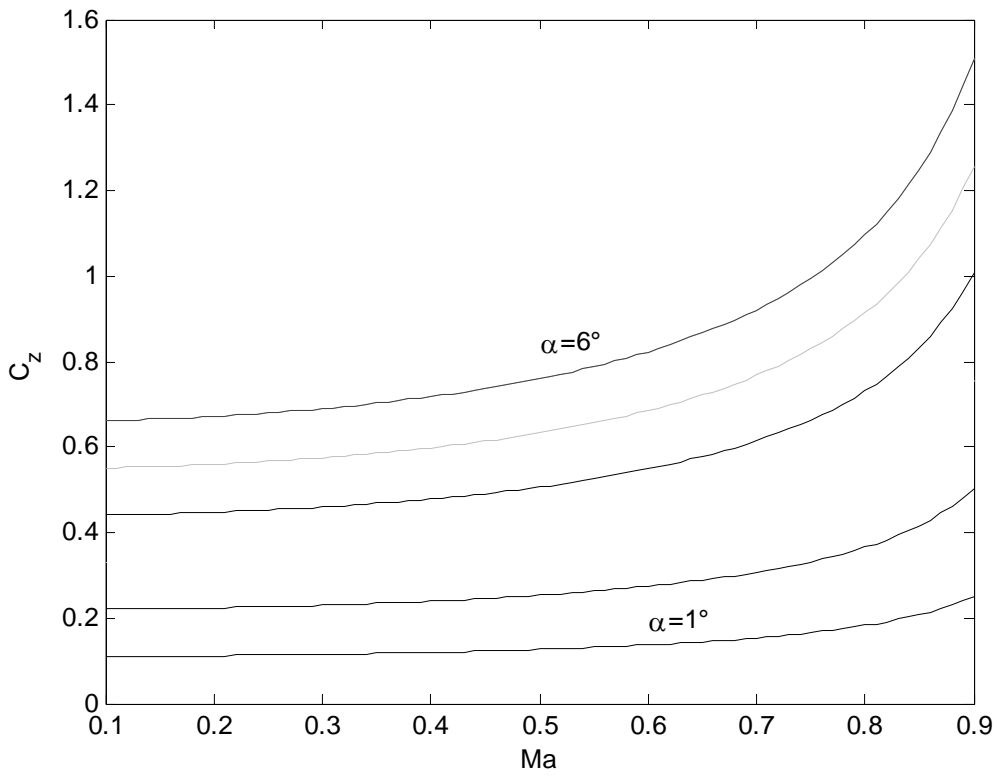
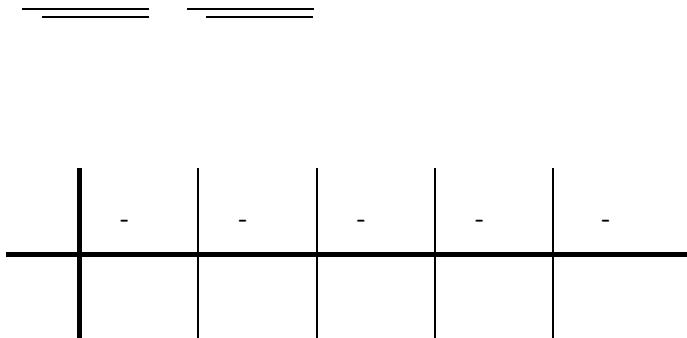


1	0,8	0,4568
2	0,4568	0,7876
3	0,7876	0,4744
4	0,4744	0,7766
...	0,64	0,64595
	0,64596	0,64018
	0,642	0,644
	0,643	0,643

Teoretski koeficijent uzgona za tanki simetrični aeroprofil u nestlačivom strujanju iznosi $C_{z0} = 2\pi\alpha$.

Izračunaj koeficijent uzgona za Machove brojeve 0,1, 0,3, 0,5, 0,7 i 0,9.

Rješenje:



Kritični Machov broj

•	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}$
s	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv
t	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv
u	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv	rāv
	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-

12 MJERENJE VISOKIH PODZVUČNIH I NADZVUČNIH BRZINA

Boeing 747 leti na visini 10000 m (barometarska visina). Temperatura je 15 °C iznad standardne, a

12.1

Machov broj iznosi 0.85. Odredi:

- a) ekvivalentnu brzinu
- b) zaustavni tlak na Pitot cijevi
- c) kalibriranu brzinu očitano s instrumenta na kojem je zanemaren utjecaj Ma broja
- d) očitavanje kalibrirane brzine na korektno kalibriranom instrumentu na razini mora

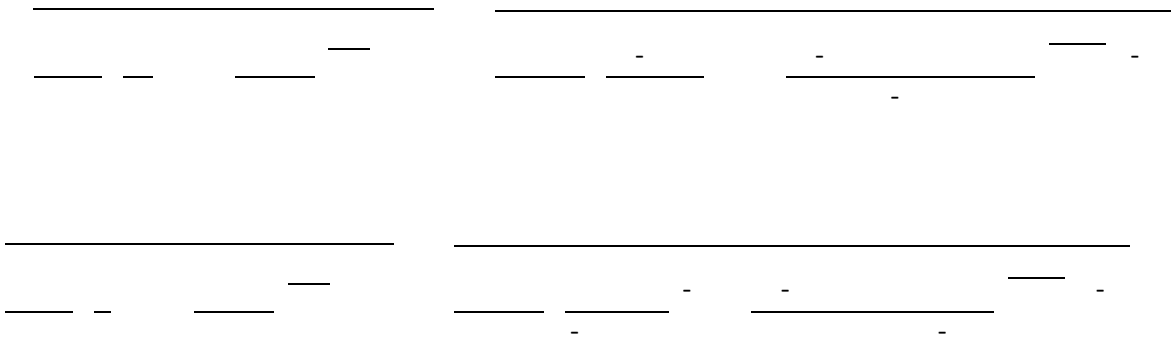
Rješenje:



$$\phi = L \cdot \frac{t}{\epsilon_4}$$



;

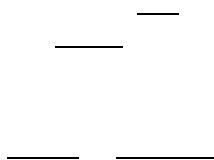


Odredi Machov broj zrakoplova ako Pitot-cijev mjeri zaustavni tlak na SL:

a) 129291 Pa

b) 275000 Pa

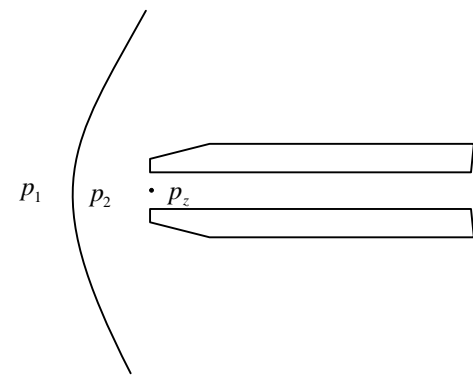
Rješenje:



$$\frac{L_4}{L_7} L l s E \frac{\hat{\alpha} F_s}{t} f \frac{6}{7} p^{\frac{3}{5}}$$

$$l \frac{L_4}{L_7} p^{\frac{3}{5}} L s E \frac{\hat{\alpha} F_s}{t} f \frac{6}{7}$$

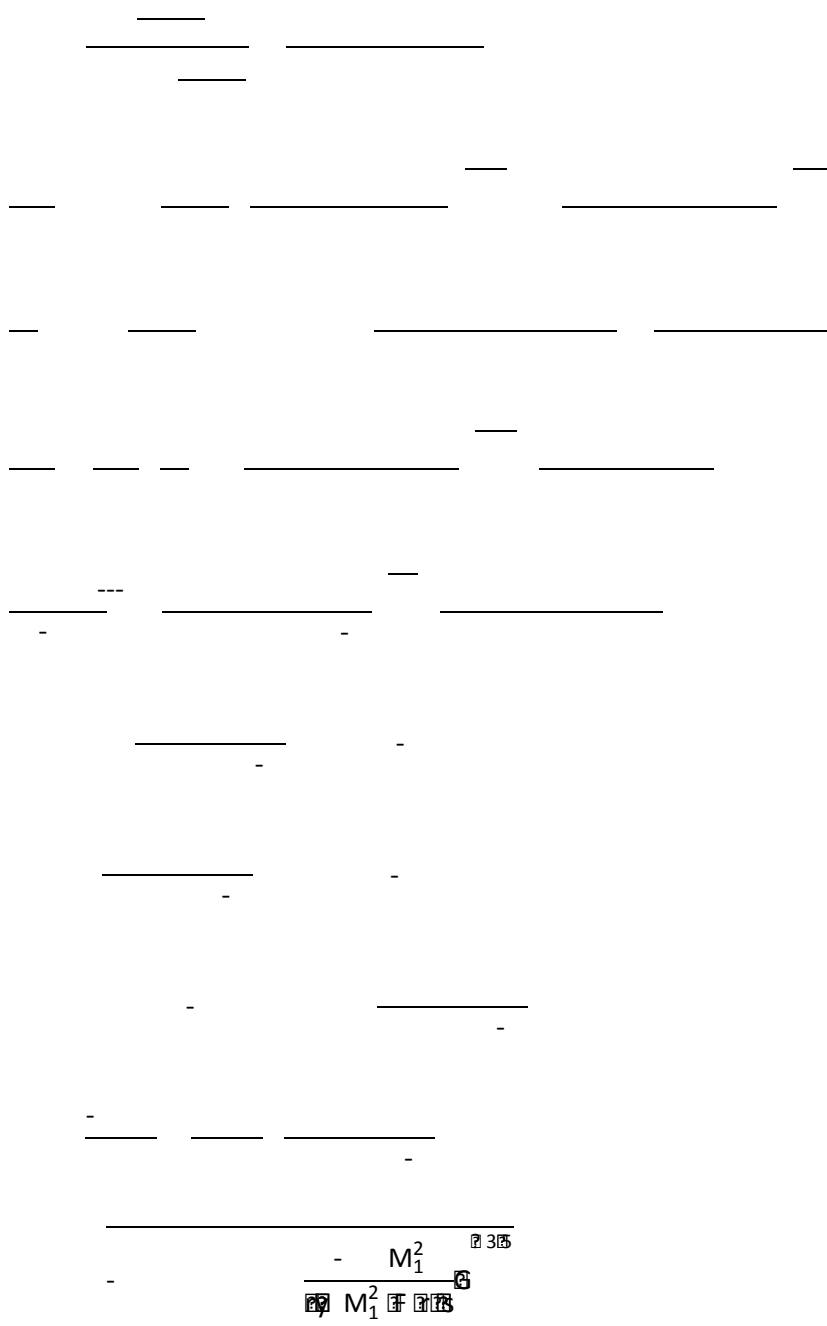
$$f \frac{6}{7} L \left(\frac{t}{\hat{\alpha} F_s} \right) e l \frac{L_4}{L_7} p^{\frac{3}{5}} F_s i L \left(\frac{t}{\hat{\alpha} F_s} \right) N \frac{f}{w} p^{\frac{8}{5}} F_s O L r i k$$



$$\frac{L_6}{L_5} L s E \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} E s} : \frac{6}{5} F_s ; \frac{6}{5} E$$

Mjerenje visokih podzvučnih i nadzvučnih brzina

$$\frac{L_{46}}{L_6}$$



$$\frac{M_1^2}{M_1^2}$$

2	1.414
1.414	1.330
1.309	1.309

12.4 Za mjerenje nadzvučne brzine izrađena je sonda koja ima poseban senzor za statički tlak, a posebno cjevčicu za zaustavni. Ako zrakoplov leti na nultoj nadmorskoj razini brzinom 2000 km/h pri standardnim uvjetima, odrediti:

- a) pokazivanje p_1
- b) pokazivanje p_2
- c) temperaturu T_2 u ustima cijevi

Rješenje:

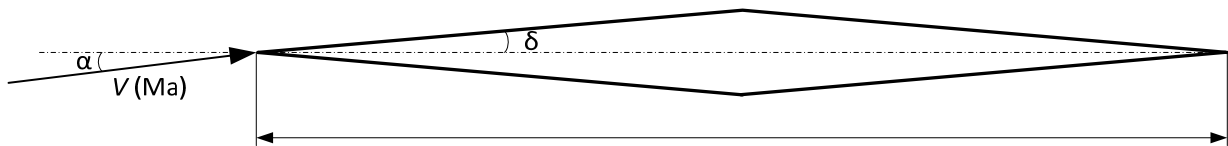
13 LINEARIZIRANO NADZVUČNO STRUJANJE

9.1

Klinasti dvostrukosimetrični aeroprofil prema slici nalazi se u nadzvučnoj struji zraka. Linearnom teorijom aeroprofila u nadzvučnoj struji zraka odredi:

- a) koeficijent uzgona i silu uzgona po jedinici raspona
- b) koeficijent valnog otpora i silu otpora po jedinici raspona
- c) skicirati raspored tlaka na aeroprofilu.

Zadatak je potrebno riješiti pomoću koef. tlaka tlaka C_p u zavisnosti o kutu zakreta struje θ , te pomoću jednadžbi za C_L i C_D koje slijede iz C_p .

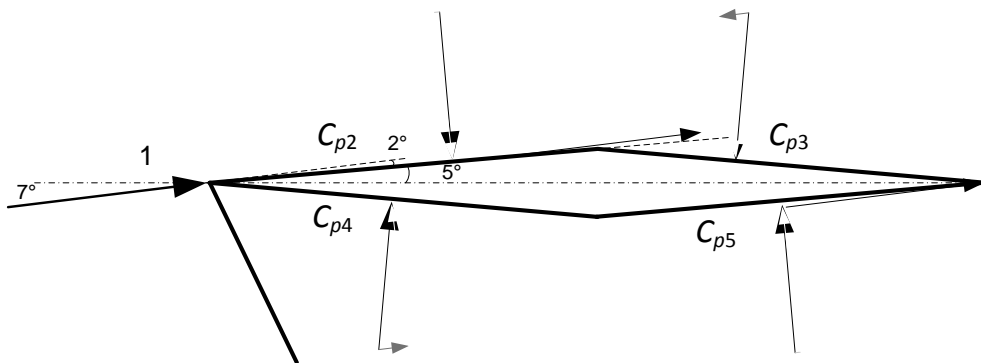


Podaci:

$Ma_\infty = 1,6$	$t_\infty = -20\text{ }^\circ\text{C}$	$c = 2\text{ m}$
$\alpha = 7^\circ$	$p_\infty = 0,7\text{ bar}$	$\delta = 5^\circ$

Rješenje:

I način – pomoću C_p



_____ - -

_____ -

-

- -

HL $\frac{q}{t}$ _____ --

- -

- --

-

_____ -

- -

- --

-

_____ - - -

II način – pomoću c_j i c_d (Ackeret)

===== -

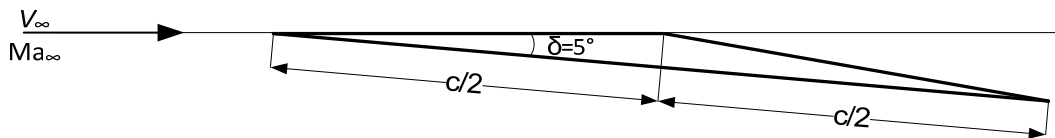
===== - ===== - - - -

Egzaktna metoda	$r_{\tilde{u}}$	$r_{\tilde{u}x}$
Linearna metoda - C_p	$r_{\tilde{u}w}$	$r_{\tilde{u}y}$
Linearna metoda – c_l i c_d	$r_{\tilde{q}}$	$r_{\tilde{u}S}$

9.2

Klinasti aeroprofil prema slici nalazi se u nadzvučnoj struji zraka. Egzaktnom i linearnom teorijom aeroprofila u nadzvučnoj struji zraka odredi:

- a) koeficijent uzgona
- b) koeficijent valnog otpora
- c) koeficijent momenta za napadni brid



Podaci:

$$Ma_{\infty} = 2,5$$

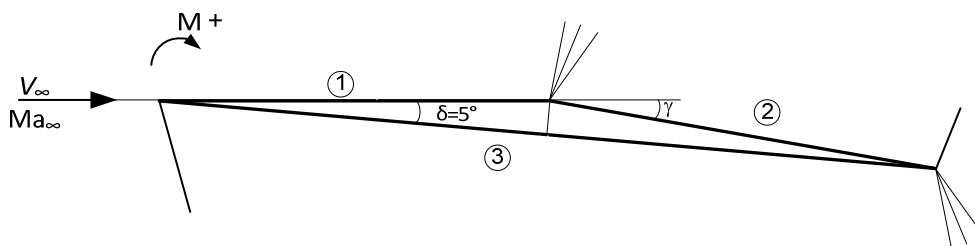
$$c = 1 \text{ m}$$

~~ρ = 1,225 kg/m³~~

$$p_{\infty} = 26499 \text{ Pa}$$

Rješenje:

Egzaktan proračun



$$\delta = 5^\circ$$

$$\gamma = 2\delta = 10^\circ$$

Izentropsko strujanje – zaustavni tlakovi su jednaki,

①

$$\text{② } \rho_1 = \rho_2 ; p_1 = p_2 ;$$

Iz App. C slijedi da je za

Linearizirano nadzvučno strujanje

S obzirom da je strujanje kroz ekspanzijske valove izentropsko (odnosno, su konstantni kroz valove) slijedi iz jednadžbi za izentropsko strujanje:

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

—

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

- - -

③ (iz dijagrama $\vartheta-\beta-M$)

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Iz tablice u App. B za moguće je odrediti

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

—

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

-- -

-

- -

PRILOZI

A. Tablica standardne atmosfere

H [m]	T [K]	p [Pa]	ρ [kg/m ³]	a [m/s]	ν [m ² /s]
0	288,15	101325	1,225	340,3	1,460E-05
500	284,9	95460,1	1,1673	338,4	1,519E-05
1000	281,65	89873,2	1,1116	336,4	1,582E-05
1500	278,4	84554,1	1,0580	334,5	1,647E-05
2000	275,15	79492,7	1,0065	332,5	1,716E-05
2500	271,9	74679,6	0,9568	330,6	1,789E-05
3000	268,65	70105,2	0,9091	328,6	1,866E-05
3500	265,4	65760,4	0,8632	326,6	1,947E-05
4000	262,15	61636,2	0,8191	324,6	2,033E-05
4500	258,9	57724,1	0,7767	322,6	2,123E-05
5000	255,65	54015,4	0,7361	320,5	2,219E-05
5500	252,4	50502,1	0,6971	318,5	2,321E-05
6000	249,15	47176,2	0,6596	316,4	2,428E-05
6500	245,9	44029,9	0,6238	314,4	2,542E-05
7000	242,65	41055,7	0,5894	312,3	2,663E-05
7500	239,4	38246,4	0,5566	310,2	2,792E-05
8000	236,15	35594,7	0,5251	308,1	2,929E-05
8500	232,9	33094	0,4950	305,9	3,074E-05
9000	229,65	30737,4	0,4663	303,8	3,229E-05
9500	226,4	28518,6	0,4388	301,6	3,394E-05
10000	223,15	26431,3	0,4126	299,5	3,570E-05
10500	219,9	24469,5	0,3877	297,3	3,758E-05
11000	216,65	22627,3	0,3639	295,1	3,958E-05
11500	216,65	20916	0,3363	295,1	4,282E-05
12000	216,65	19330,1	0,3108	295,1	4,634E-05
13000	216,65	16509,9	0,2655	295,1	5,425E-05
14000	216,65	14101,2	0,2267	295,1	6,352E-05
15000	216,65	12044,0	0,1937	295,1	7,437E-05
16000	216,65	10286,8	0,1654	295,1	8,707E-05
17000	216,65	8786,0	0,1413	295,1	1,019E-04
18000	216,65	7504	0,1207	295,1	1,194E-04
19000	216,65	6409,4	0,1031	295,1	1,397E-04
20000	216,65	5474,3	0,0880	295,1	1,636E-04

B. Popis formula

BIBLIOGRAFIJA

- [1] Abbot, I. H., Von Doenhoff, A. E. *Theory of Wing Section*. New York: Dover, 1959.
- [2] Anderson, J.D. *Introduction to Flight*. New York: McGraw Hill, 2000.
- [3] Anderson, J.D. *Fundamentals of Aerodynamics*. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [4] Kesić, P. *Osnove aerodinamike*. Zagreb: FSB, 2003.
- [5] Kuethe, A. M., Chow, C. *Foundations of Aerodynamics*. New York: John Wiley & Sons, 1986.
- [6] McCormick, B. *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [7] Rendulić, Z. *Aerodinamika*. Zemun: RO Sava Mihić, 1984.