

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI  
ZAGREB

# **Zrakoplovni elektrosustavi**

**Zbirka riješenih primjera i zadataka**

ZAGREB, rujan 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

ZAVOD ZA AERONAUTIKU  
KATEDRA ZA AVIONIKU I NAVIGACIJU

**Zrakoplovni elektrosustavi**  
**Zbirka riješenih primjera i zadataka**

dr. sc. Jurica Ivošević  
prof. dr. sc. Tino Bucak

ZAGREB, siječanj 2017.

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti

RECENZENTI:

Izv. prof. dr. sc. Niko Jelušić

doc. dr. sc. Mario Muštra

LEKTURA:

Silvija Jurić, prof.

KOREKTURA:

dr. sc. Jurica Ivošević

---

Zabranjen je ispis ove zbirke u cjelini ili u dijelovima bez pismene dozvole  
izdavača. Sva prava pridržana.

---

**ISBN 978-953-243-091-2**

## **Predgovor**

Ova zbirka riješenih primjera i zadataka tematski pokriva dio kolegija „Zrakoplovni elektrosustavi“ koji pohađaju studenti 3. semestra preddiplomskog studija na Fakultetu prometnih znanosti, smjer Aeronautika – civilni/vojni pilot te dio kolegija „Sustavi i oprema zrakoplova 1“ koji pohađaju studenti 3. semestra stručnog studija na Veleučilištu Velika Gorica, smjer Održavanje zrakoplova.

Zbirka prati nastavni plan i program navedenih kolegija u dijelovima koji se odnose na proračun fizikalnih veličina sustava zrakoplovne elektromreže i pisana je poglavito radi lakšeg praćenja i usvajanja predviđenog gradiva auditornih i laboratorijskih vježbi.

Većina primjera i zadataka djelo je autora, dok je manji broj preuzet, uz odgovarajuću prilagodbu, iz publikacija navedenih u popisu literature.

U Zagrebu siječnja 2017.

Autori

## Sadržaj

1. Električna svojstva tvari, osnovni zakoni i elementi električnih krugova .....	1
Riješeni primjeri.....	1
Zadatci za vježbu.....	11
2. Izvori električne energije.....	13
Riješeni primjeri.....	13
Zadatci za vježbu.....	22
3. Pretvarači električne energije .....	23
Riješeni primjeri.....	23
Zadatci za vježbu.....	33
4. Potrošači električne energije .....	34
Riješeni primjeri.....	34
Zadatci za vježbu.....	42
5. Rješenja zadataka za vježbu .....	43
6. Kazalo oznaka i kratica .....	45
Literatura .....	46

# 1. Električna svojstva tvari, osnovni zakoni i elementi električnih krugova

## Riješeni primjeri

1.1. Definirajte osnovne fizikalne veličine koje opisuju električna svojstva tvari i navedite iznose za one koje se u zrakoplovstvu upotrebljavaju kao elementi strukture vodova.

Osnovne fizikalne veličine koje opisuju električna svojstva tvari jesu električna otpornost (zastarjeli naziv: specifični električni otpor) i električna provodnost (zastarjeli naziv: specifična električna vodljivost). Kod električnih vodiča važno je još poznavati temperaturni koeficijent otpora, a kod električnih izolatora probojnu čvrstoću.

Električna otpornost  $\rho$  jest fizikalna veličina koja opisuje svojstvo tvari da se opire protjecanju električne struje, odnosno pokazuje koliki je otpor 1 m tvari ploštine njegova poprečnog presjeka 1 mm<sup>2</sup>, prema relaciji:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} \text{ [}\Omega\text{m]}.$$

Električna provodnost  $\sigma$  jest fizikalna veličina koja opisuje svojstvo tvari da provodi električnu struju. Najveću električnu provodnost imaju supravodiči, potom vodiči, poluvodiči i elektroliti, a najmanju izolatori. Recipročna je električnoj provodnosti:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ [S/m]}.$$

Osim o vrsti tvari otpornost i provodnost ovise i o primjesama u tvari, temperaturi te strukturi tvari, npr. provodnost vode u tekućem stanju jako ovisi o koncentraciji otopljenih soli.

Temperaturni koeficijent otpora  $\alpha$  jest veličina koja opisuje promjene električnoga otpora i otpornosti vodiča pri promjeni temperature. Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu:

$$R_t = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta T),$$

gdje je:

$R_t$  – otpor vodiča na promatranoj temperaturi;

$R_{20}$  – otpor vodiča na temperaturi 20 °C;

$\Delta T$  – razlika temperature u odnosu na 20 °C.

Probojna (dielektrična) čvrstoća jest značajka el. izolatora  $E_p$ , a pokazuje kod koje jakosti električnog polja dolazi do proboja dielektrika. Predstavlja napon kod kojega nastupa proboj izolatora debljine 1 mm.

Električna otpornost, električna provodnost, temperaturni koeficijent otpora i probojna čvrstoća za neke tvari koje se upotrebljavaju za izradu jezgre i izolacije zrakoplovnih vodova prikazani su u Tablici 1.

**Tablica 1. Električna otpornost, električna provodnost, temperaturni koeficijent otpora i probojna čvrstoća materijala koji se upotrebljavaju u zrakoplovstvu**

Tvar	Električna otpornost $\rho$ [ $\Omega\text{m}$ ]	Električna provodnost $\sigma$ [S/m]	Temperaturni koeficijent otpora $\alpha$ [ $\text{K}^{-1}$ ]	Probojna čvrstoća izolatora $E_p$ [kV/mm]
Bakar	$1,68 \cdot 10^{-8}$	$5,96 \cdot 10^7$	0,00392	-
Aluminij	$2,82 \cdot 10^{-8}$	$3,5 \cdot 10^7$	0,00403	-
Polietilen (PET)	$10^{21}$	$10^{-21}$	-	18,9
Teflon (PTFE)	$10^{23} - 10^{25}$	$10^{-25} - 10^{-23}$	-	19,7

1.2. Element osvjetljenja putničkog prostora zrakoplova, otpora 26  $\Omega$  priključen je bakrenim vodičem presjeka 1,428 mm<sup>2</sup> na 85 m udaljeni 28 VDC izvor. Koliki je ukupni otpor u vanjskom krugu te kolika je snaga žarulje? Električna otpornost bakra je  $1,68 \cdot 10^{-8}$   $\Omega\text{m}$ .

$$R_t = 26 \Omega$$

$$S = 1,428 \text{ mm}^2$$

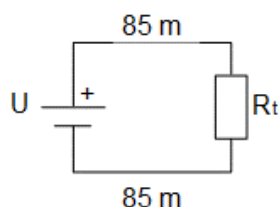
$$l = 85 \text{ m}$$

$$U = 28 \text{ VDC}$$

$$\rho_{\text{CU}} = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$$

$$R, P_t = ?$$

Prema zadanim podacima, može se nacrtati shema kruga:



Ukupan otpor u vanjskom krugu jednak je serijskom zbroju otpora trošila i električnih vodiča:

$$R = R_t + R_v = R_t + \rho \frac{l}{S} = 26 + 1,68 \cdot 10^{-8} \frac{170}{1,428 \cdot 10^{-6}} = 26 + 2 = 28 \Omega.$$

Jakost el. struje koju daje istosmjerni izvor:

$$I = U/R = 28/28 = 1 \text{ A.}$$

Pad napona na trošilu (žarulji):

$$U_t = I \cdot R_t = 1 \cdot 26 = 26 \text{ V.}$$

Snaga žarulje:

$$P_t = U_t \cdot I_t = 26 \cdot 1 = 26 \text{ W.}$$

1.3. Koliki presjek mora imati aluminijski vodič da bi imao isti otpor kao bakreni presjeka  $1 \text{ mm}^2$ ? Izračunajte masu oba vodiča po metru duljine. Gustoća aluminija je  $2,7 \text{ g/cm}^3$ , a gustoća bakra  $8,9 \text{ g/cm}^3$ .

$$R_{\text{CU}} = R_{\text{AL}}$$



$$S_{\text{CU}} = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l_{\text{CU}} = l_{\text{AL}} = 1 \text{ m}$$

$$\rho_{\text{AL}} = 2,7 \text{ g/cm}^3 = 2,7 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 2700 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{CU}} = 8,9 \text{ g/cm}^3 = 8900 \text{ kg/m}^3$$

$$S_{\text{AL}} = ?$$

$$m_{\text{AL}}, m_{\text{CU}} = ?$$

Aluminijski i bakreni vodič imaju jednaki otpor pa slijedi:

$$R_{\text{CU}} = R_{\text{AL}},$$

$$\frac{\rho_{\text{CU}} l_{\text{CU}}}{S_{\text{CU}}} = \frac{\rho_{\text{AL}} l_{\text{AL}}}{S_{\text{AL}}},$$

$$S_{\text{AL}} = \frac{\rho_{\text{AL}} S_{\text{CU}}}{\rho_{\text{CU}}} = \frac{2,82 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-6}}{1,68 \cdot 10^{-8}} = 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 1,68 \text{ mm}^2.$$

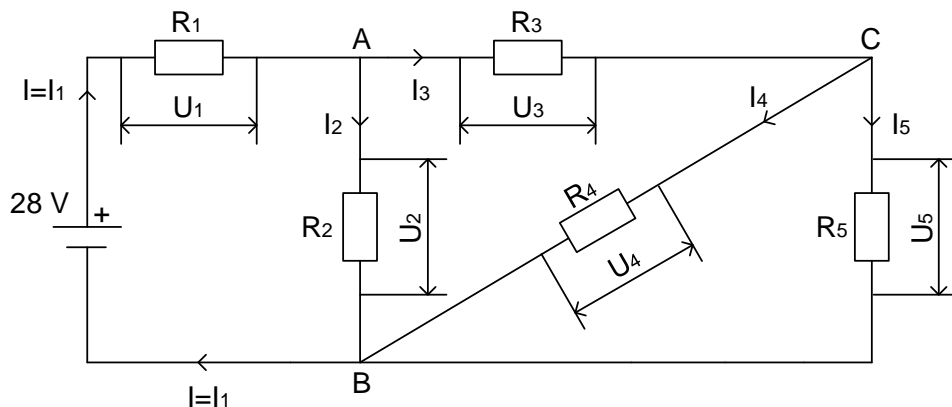
Masa vodiča može se odrediti kao umnožak gustoće i obujma. Vodič je valjkastog oblika pa slijedi:

$$m_{\text{AL}} = \rho V = \rho S l = 2700 \cdot 1,68 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 4,536 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 4,536 \text{ g},$$

$$m_{\text{CU}} = \rho V = \rho S l = 8900 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 8,9 \text{ g}.$$

Dakle, za jednaki otpor i duljinu vodiča, aluminijski vodič ima 68 % veći obujam, dok istovremeno bakreni ima gotovo dvostruko veću masu.

1.4. Pet mješovito spojenih omskih potrošača priključeno je na zrakoplovni akumulator 28 V, prema shemi. Koliki je pad napona na pojedinim trošilima i kolika struja teče kroz svako trošilo, ako su otpori potrošača redom:  $R_1 = 25 \Omega$ ,  $R_2 = 60 \Omega$ ,  $R_3 = 8 \Omega$ ,  $R_4 = 20 \Omega$ ,  $R_5 = 30 \Omega$ ?



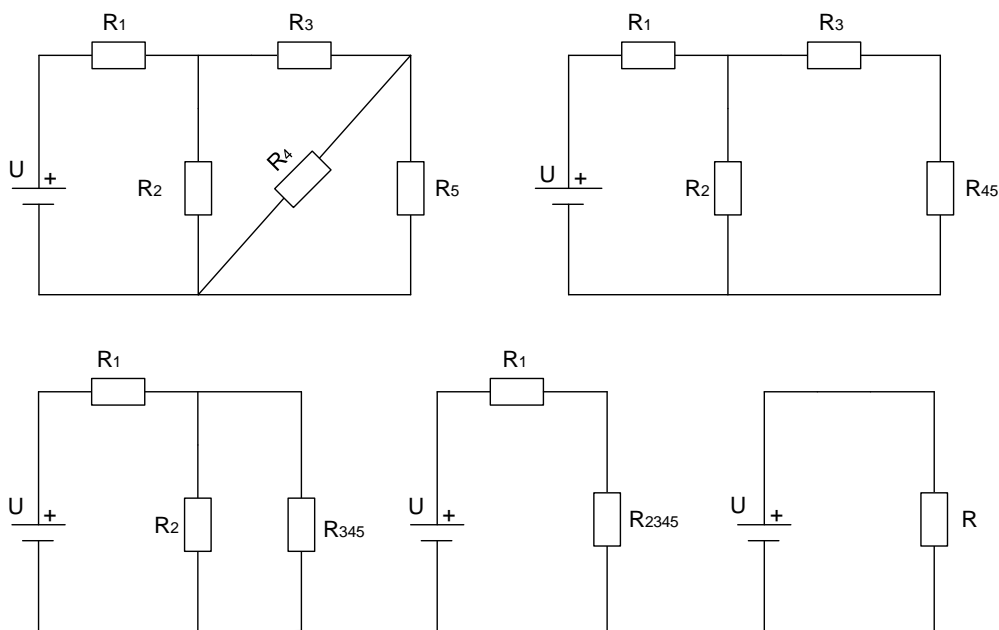
$$U = 28 \text{ V}$$

$$R_1 = 25 \Omega; R_2 = 60 \Omega; R_3 = 8 \Omega; R_4 = 20 \Omega; R_5 = 30 \Omega$$

$$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 = ?$$

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 = ?$$

Ukupni otpor trošila koji „vidi“ zrakoplovni akumulator može se odrediti prema pravilima serijskog i paralelnog spoja otpornika, pomoću ekvivalentnih shema:



Trošila  $R_4$  i  $R_5$  spojena su paralelno pa je njihov ukupni otpor jednak:

$$R_{45} = R_4 \parallel R_5 = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \Omega.$$

Trošila  $R_3$  i  $R_{45}$  spojena su serijski pa je njihov ukupni otpor jednak:

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 8 + 12 = 20 \Omega.$$

Trošila  $R_2$  i  $R_{345}$  spojena su paralelno pa je njihov ukupni otpor jednak:

$$R_{2345} = R_2 \parallel R_{345} = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{60 \cdot 20}{60 + 20} = 15 \Omega.$$

Trošila  $R_1$  i  $R_{2345}$  spojena su serijski pa je ukupni otpor kruga jednak:

$$R = R_1 + R_{2345} = 25 + 15 = 40 \Omega.$$

Ukupna struja koja teče iz izvora:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{28}{40} = 0,7 \text{ A.}$$

$$I = I_R = I_1 = I_{2345} = 0,7 \text{ A,}$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0,7 \cdot 25 = 17,5 \text{ V,}$$

$$U_{2345} = I_{2345} \cdot R_{2345} = 0,7 \cdot 15 = 10,5 \text{ V.}$$

Provjera napona:

$$U = U_1 + U_{2345} \rightarrow 28 \text{ V} = 17,5 \text{ V} + 10,5 \text{ V.}$$

$$U_{2345} = U_2 = U_{345} = 10,5 \text{ V,}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{10,5}{60} = 0,175 \text{ A,}$$

$$I_{345} = \frac{U_{345}}{R_{345}} = \frac{10,5}{20} = 0,525 \text{ A.}$$

Provjera struja čvorišta A:

$$I_1 = I_2 + I_{345} \rightarrow 0,7 \text{ A} = 0,175 \text{ A} + 0,525 \text{ A.}$$

$$I_{345} = I_3 = I_{45} = 0,525 \text{ A,}$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0,525 \cdot 8 = 4,2 \text{ V,}$$

$$U_{45} = I_{45} \cdot R_{45} = 0,525 \cdot 12 = 6,3 \text{ V.}$$

Provjera napona:

$$U_{345} = U_3 + U_{45} \rightarrow 10,5 \text{ V} = 4,2 \text{ V} + 6,3 \text{ V.}$$

$$U_{45} = U_4 = U_5 = 6,3 \text{ V,}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{6,3}{20} = 0,315 \text{ A,}$$

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{6,3}{30} = 0,21 \text{ A.}$$

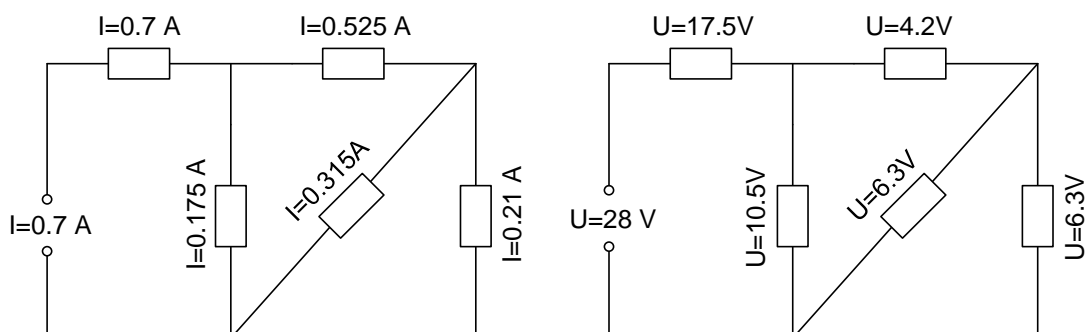
Provjera struja čvorišta B:

$$I_3 = I_4 + I_5 \rightarrow 0,525 \text{ A} = 0,315 \text{ A} + 0,21 \text{ A.}$$

Provjera struja čvorišta C:

$$I_2 + I_4 + I_5 = I \rightarrow 0,175 \text{ A} + 0,315 + 0,21 \text{ A} = 0,7 \text{ A.}$$

Da bismo bolje uočili dobiveno grananje struje i podjelu napona, pokažimo i shematski prikaz dobivenih rezultata:



1.5. Ako bakreni vodič pri temperaturi  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  ima otpor  $16,2 \text{ } \Omega$  i ako se pri prolazu el. struje ugrije za  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ , koliki će biti njegov otpor ako zrakoplov leti na visini 8202 stope? Pretpostavimo da se vodič ne nalazi u blizini drugih sustava i opreme zrakoplova koji mogu utjecati na njegovu temperaturu.

$$R_{20} = 16,2 \text{ } \Omega$$

$$\Delta t = 45 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h = 8202 \text{ ft} = 2,5 \text{ km}$$

$$\gamma_1 = -6,5 \text{ }^\circ\text{C/km}$$

$$\alpha = 0,00392 \text{ K}^{-1}$$

$$R = ?$$

Prvo je potrebno odrediti temperaturu na visini leta prema poznatom temperaturnom gradijentu:

$$t = t_0 + h \cdot \gamma_1 = 15 \text{ °C} + 2,5 \text{ km} \cdot (-6,5 \text{ °C/km}) = -1,25 \text{ °C}.$$

Uzimajući u obzir promjenu temperature zbog leta na visini te promjenu temperature zbog protjecanja el. struje, ukupna promjena temperature vodiča bit će:

$$\Delta t_{\text{uk}} = \Delta t - \Delta t_1 = 45 - 21,25 = 23,75 \text{ °C}.$$

Otpor vodiča bit će:

$$R_t = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta T) = 16,2(1 + 0,00392 \cdot 23,75) = 17,71 \text{ } \Omega.$$

1.6. Na koji iznos otpora treba podesiti potenciometar spojen u seriju s crpkom goriva (2 A/8 V) da bi ona ispravno funkcionirala spojena na zrakoplovni generator napona 28 VDC? Na kojoj bi udaljenosti od generatora trebala biti crpka goriva ako se želi izbjeći korištenje potenciometra i ako zrakoplovni vodič ima otpor 0,02  $\Omega$  po metru duljine?

$$I_{\text{pg}} = 2 \text{ A}$$

$$U_{\text{pg}} = 8 \text{ V}$$

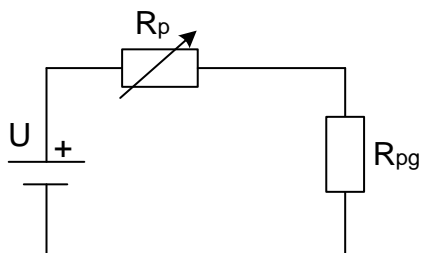
$$U = 28 \text{ VDC}$$

$$R_v/l = 0,02 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$R_p = ?$$

$$l = ?$$

Potenciometar i crpka goriva spojeni su serijski pa se može nacrtati shema kruga:



Prema 2. Kirchhoffovom zakonu, pad napona na predotporu treba biti:

$$U_p = U - U_{pg} = 28 - 8 = 20 \text{ V.}$$

Budući da su potencijometar i crpka goriva spojeni serijski, kroz njih teče ista struja pa je otpor na koji treba podesiti potencijometar:

$$R_p = \frac{U_p}{I_{pg}} = \frac{20}{2} = 10 \Omega.$$

Bez uporabe predotpora, pad napona na njemu treba nadomjestiti padom napona na vodiču pa bi udaljenost na kojoj treba spojiti crpku goriva iznosila:

$$l = \frac{R_p}{R_v/l} = \frac{10}{0,02} = 500 \text{ m.}$$

1.7. Hoće li glavna sabirnica zrakoplova, maksimalne dopuštene jakosti struje 60 A, biti dostatna za priključak svih potrošača nazivnih struja prikazanih u Tablici 2? Ako su za dotični tip zrakoplova predviđeni generatori nazivnih struja 30 A, 60 A i 90 A uz direktno napajanje akumulatora, koji je generator potrebno ugraditi?

**Tablica 2. Nazivne jakosti struje električnih potrošača u zrakoplovu**

Potrošač	Nazivna jakost struje potrošača
Navigacijska svjetla	10 A
Navigacijski radioprijamnik	4 A
Komunikacijski radioprijamnik	3 A
Grijač Pitotove cijevi	12 A
Motor flapsova	8 A
Motor hidrauličke crpke	16 A
Motor crpke goriva	6 A

$$I_{\text{smaxdoz}} = 60 \text{ A}$$

$$I_g = 30 \text{ A}/60 \text{ A}/90 \text{ A}$$

$$I_{\text{smax}} = ?$$

$$I_g = ?$$

Struja kroz glavnu sabirnicu zrakoplova bit će najveća u slučaju istovremenog rada svih potrošača:

$$I_{\text{smax}} = \sum_{i=1}^n I_i = 10 + 4 + 3 + 12 + 8 + 16 + 6 = 59 \text{ A.}$$

Budući da je struja u tom slučaju manja od maksimalno dopuštene struje sabirnice, ona je dobro dimenzionirana.

Budući da se akumulator nakon pokretanja motora izravno puni iz generatora te može povući struje većih jakosti u kratkom periodu, u zrakoplov nije dostatno ugraditi 60-amperski generator:

$$I_g = 90 \text{ A.}$$

## Zadatci za vježbu

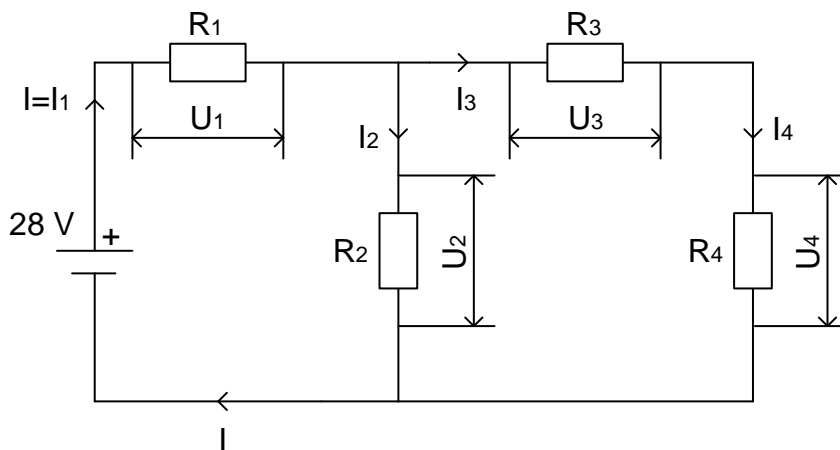
1.8. Elektropokretač klipnog motora malog zrakoplova, otpora  $86 \Omega$  priključen je bakrenim vodičem presjeka  $1,2 \text{ mm}^2$  na  $4 \text{ m}$  udaljeni  $28 \text{ VDC}$  izvor. Koliki je ukupni otpor u vanjskom krugu te kolika je snaga elektropokretača? Električna otpornost bakra je  $1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .

1.9. Koliko bi iznosio ukupni otpor u vanjskom krugu i kolika bi bila snaga elektropokretača da u prethodnom primjeru bakreni vodič zamijenimo aluminijskim? Električna otpornost aluminija je  $2,82 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .

1.10. Koliki presjek mora imati aluminijski vodič da bi imao isti otpor kao bakreni presjeka  $2 \text{ mm}^2$ ? Izračunajte masu oba vodiča po metru duljine. Gustoća aluminija je  $2,7 \text{ g/cm}^3$ , a gustoća bakra je  $8,9 \text{ g/cm}^3$ .

1.11. Odredite uštedu na masi elektromreže malog zrakoplova, iz prethodnog primjera, ako se čitava instalacija koja sadrži  $65 \text{ m}$  vodiča izvede aluminijskim vodičima.

1.12. Četiri mješovito spojena omska potrošača priključena su na zrakoplovni akumulator  $28 \text{ V}$ , prema shemi. Koliki je pad napona na pojedinim trošilima i kolika struja teče kroz svako trošilo, ako su otpori potrošača redom:  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$ ,  $R_4 = 4 \Omega$ ?



1.13. Dva serijski spojena omska potrošača  $R_1$  i  $R_2$  paralelno su spojena s potrošačem  $R_3$  i potrošačem  $R_4$  i priključena na zrakoplovni akumulator  $28 \text{ VDC}$ . Koliki je pad napona u pojedinim trošilima i kolika struja teče kroz svako trošilo ako su otpori potrošača redom kao u prethodnom primjeru?

1.14. Ako bakreni vodič pri temperaturi  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  ima otpor  $16,2 \Omega$  i ako se pri prolazu el. struje ugrije za  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ , koliki će biti njegov otpor ako zrakoplov leti na visini  $6000$  stopa? Pretpostavimo da se vodič ne nalazi u blizini drugih sustava i opreme zrakoplova koji mogu utjecati na njegovu temperaturu.



1.15. Na koji iznos otpora treba podesiti potenciometar spojen u seriju s crpkom goriva (2 A/28 V) da bi ona ispravno funkcionirala spojena na zrakoplovni generator napona 28 VDC? Je li u tom slučaju položaj klizača potenciometra u položaju najvećeg ili najmanjeg otpora?

## 2. Izvori električne energije

### Riješeni primjeri

2.1. APU (engl. Auxiliary Power Unit) na stajanci osigurava zrakoplovu 1,5 kW snage na svojem izlazu. Koliko će energije biti predano zrakoplovnim potrošačima u vremenu od 20 minuta?

$$P = 1,5 \text{ kW}$$

$$t = 20 \text{ min}$$

$$W = ?$$

Predana energija može se izračunati kao umnožak snage na izlazu ( $W$ ) i vremena rada ( $s$ ):

$$W = P \cdot t = 1,5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 60 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ J} = 1,8 \text{ MJ.}$$

2.2. Zrakoplovni akumulator pri pokretanju motora treba osigurati struju za elektropokretač od 1000 A u vremenu od pola minute pri čemu napon treba biti konstantan i iznosi 12 V. Koliko je energije potrebno za pokretanje motora?

$$I = 1000 \text{ A}$$

$$t = 0,5 \text{ min}$$

$$U = 12 \text{ V}$$

$$W = ?$$

Energija za pokretanje može se odrediti slično kao u prethodnom primjeru:

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = 12 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 60 = 3,6 \cdot 10^5 \text{ J} = 360 \text{ kJ.}$$

2.3. Koliko će težiti zrakoplovni akumulator koji mora osiguravati konstantnu struju od 28 A za 45-minutno napajanje najvažnijih i za let nužnih potrošača? Specifični kapacitet olovnih akumulatora je 11 Ah/kg. Pri proračunu valja zanemariti masu kućišta.

$$I = 28 \text{ A}$$

$$t = 45 \text{ min} = 3/4 \text{ h}$$

$$C_m = 11 \text{ Ah} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$C = ?; m = ?$$

Kapacitet akumulatora jest količina elektriciteta (naboja) koji akumulator daje pri pražnjenju konstantnom strujom do najmanjeg dopuštenog napona.

$$C = I \cdot t \text{ [Ah]},$$

$$C = 28 \cdot 3/4 = 21 \text{ Ah.}$$

Masa akumulatora računa se kao omjer kapaciteta i specifičnog kapaciteta akumulatora:

$$m = \frac{C}{C_m} \left[ \frac{\text{Ah}}{\text{Ah kg}^{-1}} = \text{kg} \right],$$

$$m = \frac{21}{11} = 1,91 \text{ kg.}$$

2.4. Koliko dugo treba puniti prazan Ni-Cd akumulator čiji je kapacitet 30 Ah, strujom od 8 A ako taj akumulator iskorištava 75 % energije?

$$C = 30 \text{ Ah}$$

$$I = 8 \text{ A}$$

$$\eta = 75 \%$$

$$t_{\text{pu}} = ?$$

Zbog 75 %-tnog iskorištenja energije, akumulatoru je potrebno privesti naboj veći od 30 Ah:

$$0,75C_{\text{pu}} = C \rightarrow C_{\text{pu}} = \frac{C}{0,75} = \frac{30}{0,75} = 40 \text{ Ah.}$$

$$C = I_{\text{pu}} \cdot t,$$

$$t = \frac{C}{I_{\text{pu}}} = \frac{40}{8} = 5 \text{ h.}$$

U slučaju 100 %-tnog iskorištenja energije vrijeme punjenja iznosilo bi:

$$t = \frac{C}{I_{\text{pu}}} = \frac{30}{8} = 3,75 \text{ h.}$$

2.5. S ciljem određivanja unutarnjeg otpora Ni-Cd akumulatora digitalnim multimetrom izmjereni su napon neopterećenog akumulatora 25,5 V, napon opterećenog akumulatora 25,15 V te jakost el. struje opterećenog akumulatora 2,25 A. Koliki je unutarnji otpor akumulatora i koliki je postotak pada napona izvora na priključenom opterećenju ako je izmjereni otpor opterećenja 11,2  $\Omega$ ?

$$E = 25,5 \text{ V}$$

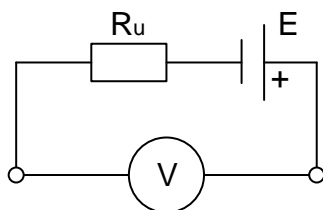
$$U = 25,15 \text{ V}$$

$$I = 2,25 \text{ A}$$

$$R = 11,2 \Omega$$

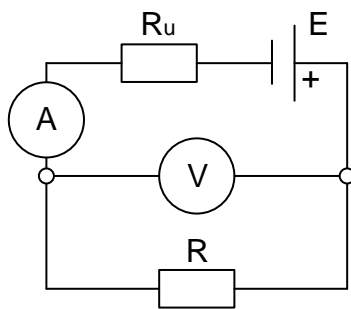
$$R_{\text{u}} = ?$$

Mjerenje napona neopterećenog akumulatora može se prikazati shemom:



Napon neopterećenog akumulatora naziva se još i elektromotorna sila i napon otvorenih stezaljki akumulatora, a predstavlja idealni izvor konstantnog napona bez obzira na opterećenje, što se u praksi ne može ostvariti.

Mjerenje napona i jakosti el. struje opterećenog akumulatora može se prikazati shemom:



Nakon priključenja trošila krugom poteče struja, a na stezaljkama se mjeri realni napon akumulatora  $U$  koji je, prema 2. Kirchoffovom zakonu, jednak naponu neopterećenog akumulatora  $E$ , umanjenom za pad napona na unutarnjem otporu:

$$U = E - IR_u.$$

Slijedi da je unutarnji otpor izvora:

$$R_u = \frac{E - U}{I} = \frac{25,5 - 25,15}{2,25} = 0,15 \Omega.$$

Postotak pada napona izvora na priključenom opterećenju jest:

$$\frac{25,15}{25,5} 100 = 98,63 \ %.$$

2.6. Pri redovnoj provjeri ispravnosti zrakoplovnog akumulatora nazivnog kapaciteta 40 Ah, ustanovljeno je da daje konstantnu struju jakosti 8 A u vremenu 4 h i 45 min. Može li se akumulator nastaviti upotrebljavati u zrakoplovu ako je minimalni dopušteni odnos aktualnog i nazivnog kapaciteta određen s 80 %?

$$C_n = 40 \text{ Ah}$$

$$I = 8 \text{ A}$$

$$t = 4 \text{ h } 45 \text{ min} = 4,75 \text{ h}$$

$$(C/C_n) \geq 80 \%$$

Eksploatacijom akumulatora njegov se aktualni kapacitet razlikuje od nazivnog (određen proizvođačem) i određuje se tzv. kapacitivnim testom. U ovom slučaju aktualni kapacitet akumulatora je:

$$C = I \cdot t = 8 \cdot 4,75 = 38 \text{ Ah.}$$

Akumulator se još uvijek može upotrebljavati jer je odnos aktualnog i nazivnog kapaciteta:

$$\frac{C}{C_n} = \frac{38}{40} = 0,95 = 95 \%$$

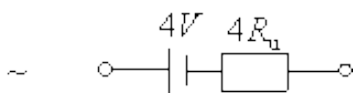
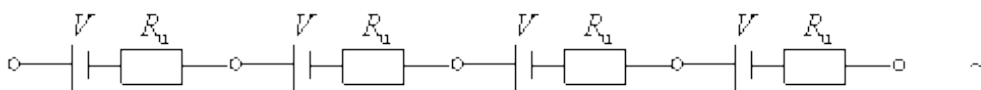
2.7. Koliki je unutarnji otpor akumulatora ako se pri vezanju osam jednakih akumulatora u dvije paralelne grupe po četiri serijski vezana akumulatora na vanjskom otporu od  $1 \Omega$  razvije ista snaga kao i u slučaju serijskog spoja svih osam akumulatora?

$$R_p = 1 \Omega$$

$$R_u = ?$$

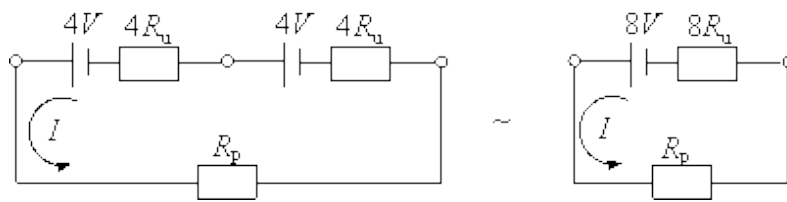
Akumulator predstavimo kao serijski spoj izvora napona  $V$  i unutarnjeg otpora  $R_u$ .

Pri serijskom spajanju akumulatora zbrajaju se napon izvora i unutarnji otpor. Četiri akumulatora u seriji ekvivalentni su jednom akumulatoru s izvorom napona  $4V$  i unutarnjim otporom  $4R_u$ .



Takve dvije baterije od po 4 akumulatora možemo spojiti a) serijski ili b) paralelno te na njih priključiti potrošač otpora  $R_p$ .

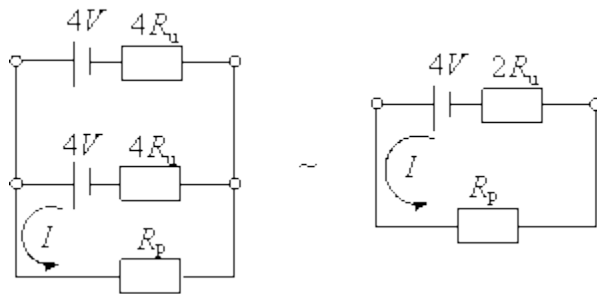
a) Serijski – ukupni napon se zbraja, kao i ukupni unutarnji otpor:



$$I = \frac{U}{R} = \frac{8V}{8R_u + R_p}.$$

- b) Paralelno – ukupni napon ostaje isti, a ukupni unutarnji otpor  $R_{u2}$  jednak je otporu paralelnog spoja dva unutarnja otpora  $4R_u$ :

$$\frac{1}{R_{u2}} = \frac{1}{4R_u} + \frac{1}{4R_u} = \frac{1}{2R_u} \Rightarrow R_{u2} = 2R_u.$$



$$I = \frac{U}{R} = \frac{4V}{2R_u + R_p}.$$

Snaga koja se razvija na potrošaču je:

$$P = I^2 \cdot R_p.$$

Ako je snaga ista u slučaju serijskog i paralelnog spoja, znači da je i jakost el. struje ista u oba slučaja pa slijedi:

$$\frac{8V}{8R_u + R_p} = \frac{4V}{2R_u + R_p},$$

$$2(2R_u + R_p) = 8R_u + R_p,$$

$$4R_u = R_p,$$

$$R_u = \frac{1}{4}R_p = 0,25 \Omega.$$

2.8. Kolika mora biti magnetska indukcija između polova generatora da se u 25 cm dugačkoj žici rotora inducira elektromotorna sila (EMS) od 2,6 V ako ta žica siječe magnetske silnice okomito brzinom od 8 m/s?

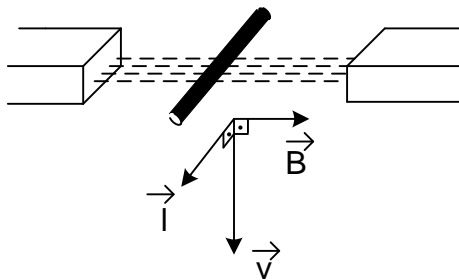
$$l = 25 \text{ cm}$$

$$E = 2,6 \text{ V}$$

$$v = 8 \text{ m/s}$$

$$B = ?$$

Na temelju zadanih podataka može se skicirati slika iz koje su vidljivi vektori fizikalnih veličina:



Inducirana EMS u žici rotora može se odrediti prema formuli:

$$E_{\text{ind}} = \vec{l} (\vec{v} \times \vec{B}) = l v B \sin \theta \cos \rho.$$

Budući da se vodič kreće jednolikom brzinom pri čemu je vektor polja okomit na vektor brzine gibanja vodiča, inducirani napon može se odrediti jednostavnije:

$$E_{\text{ind}} = l v B.$$

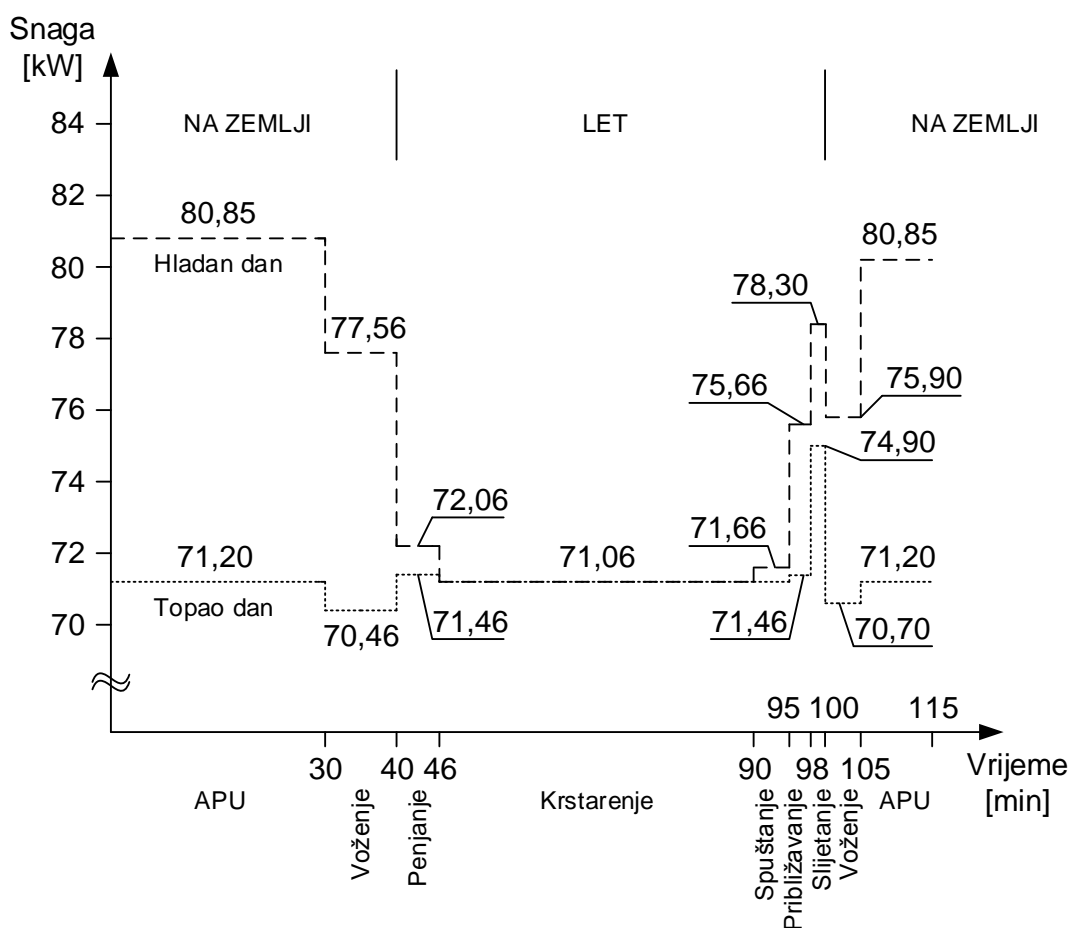
Magnetska indukcija između polova generatora:

$$B = \frac{E}{lv} = \frac{2,6}{0,25 \cdot 8} = 1,3 \text{ T.}$$

2.9. Energetsku bilancu zrakoplova potrebno je izvršiti analizom prikazanog dijagrama opterećenja izvora električne energije tijekom leta. S obzirom na pojedine faze leta, za slučaj toplog i hladnog dana, potrebno je odrediti ukupnu energiju izvora predanu



zrakoplovnim potrošačima te prosječnu snagu izvora tijekom cijele operacije letenja. Iz dijagrama opterećenja izvora potrebno je odrediti minimalnu potrebnu snagu generatora, uz pretpostavku da se radi o noćnim letovima te da vršna opterećenja ne pokriva akumulator kao pričuvni izvor.



Radi bolje preglednosti, podatci iščitani iz gornje karakteristike upisani su u tablicu:

	Snaga – hladan dan [kW]	Snaga – topao dan [kW]	Trajanje [min]
APU	80,85	71,20	30
Voženje	77,56	70,46	10
Penjanje	72,06	71,46	6

Krstarenje	71,06	71,06	44
Spuštanje	71,66	71,06	5
Približavanje	75,56	71,46	3
Slijetanje	78,30	74,90	2
Voženje	75,90	70,70	5
APU	80,85	71,20	10

Ukupna energija u pojedinoj fazi leta može se odrediti pomoću izraza:

$$W = \sum_{i=1}^n P_i t_i.$$

Ukupna utrošena energija, u kilovatsatima, u hladnom danu:

$$W_h = 80,85 \cdot 0,5 + 77,56 \cdot 0,17 + 72,06 \cdot 0,1 + 71,06 \cdot 0,73 + 71,66 \cdot 0,08 + 75,56 \cdot 0,05 + 78,30 \cdot 0,03 + 75,90 \cdot 0,08 + 80,85 \cdot 0,17 = 144,367 \text{ kWh.}$$

Ukupna utrošena energija, u kilovatsatima, u toplom danu:

$$W_t = 71,20 \cdot 0,5 + 70,46 \cdot 0,17 + 71,46 \cdot 0,1 + 71,06 \cdot 0,73 + 71,06 \cdot 0,08 + 71,46 \cdot 0,05 + 74,90 \cdot 0,03 + 70,70 \cdot 0,08 + 71,20 \cdot 0,17 = 135,858 \text{ kWh.}$$

Prosječna snaga izvora u hladnom danu:

$$P_h = \frac{W_h}{t} = \frac{144,367}{1,917} = 75,32 \text{ kW.}$$

Prosječna snaga izvora u toplom danu:

$$P_t = \frac{W_t}{t} = \frac{135,858}{1,917} = 70,87 \text{ kW.}$$

Vidljivo je iz dijagrama da je generator maksimalno opterećen hladnim danom na stajanci pa je uz pretpostavku uvjeta maksimalno mogućeg opterećenja u kojemu akumulator ne pokriva vršna opterećenja, minimalna potrebna snaga generatora:

$$P_{\min} = 80,85 \text{ kW.}$$

## Zadatci za vježbu

2.10. APU na stajanci osigurava zrakoplovu 2000 W snage na svojem izlazu. Koliko će energije biti predano zrakoplovnim potrošačima u vremenu 15 minuta? Koliko će goriva pritom potrošiti ako mu je prosječna potrošnja na stajanci 100 kg/h?

2.11. Zrakoplovni akumulator pri pokretanju motora osigurava struju za elektropokretač iznosa 1 kA u vremenu 5 sekundi pri čemu je napon konstantan i iznosi 12 V. Koliku će količinu naboja akumulator pritom predati motoru?

2.12. Koliko će težiti zrakoplovni akumulator koji mora osiguravati konstantnu struju od 60 A za 15-minutno napajanje najvažnijih i za let nužnih potrošača? Specifični kapacitet olovnih akumulatora je 11 Ah/kg, nikal-kadmijevih 1 Ah/kg, a srebro-cink akumulatora 120 Ah/kg. Pri proračunu valja uzeti u obzir masu kućišta 0,5 kg i uvjet ukupne minimalne mase.

2.13. Koliko dugo treba puniti prazan Ni-Cd akumulator čiji je kapacitet 50 Ah, strujom od 8 A ako taj akumulator iskorištava 60 % energije?

2.14. S ciljem određivanja unutarnjeg otpora Ni-Cd akumulatora digitalnim multimetrom izmjereni su napon neopterećenog akumulatora 25 V, napon opterećenog akumulatora 24,8 V te jakost el. struje opterećenog akumulatora 2 A. Koliki je unutarnji otpor akumulatora ako je izmjereni otpor opterećenja 10  $\Omega$ ?

2.15. Koliki je unutarnji otpor akumulatora ako se pri vezanju šest jednakih akumulatora u dvije paralelne grupe po tri serijski vezana akumulatora na vanjskom otporu od 2  $\Omega$  razvije ista snaga kao i u slučaju serijskog spoja svih šest akumulatora?

2.16. Kolika mora biti magnetska indukcija između polova generatora da se u 25 cm dugačkoj žici rotora inducira EMS od 2,6 V ako ta žica siječe magnetske silnice pod kutom od 45°, brzinom od 8 m/s?

### 3. Pretvarači električne energije

#### Riješeni primjeri

3.1. Zrakoplovni transformator snage 500 VA ima gubitke u željezu (zbog histereze i vrtložnih struja) 3 W i ukupne gubitke u bakru (omski gubici u žicama od kojih su izrađeni namoti primara i sekundara) 7 W. Koliko iznosi korisnost transformatora ako je faktor snage 0,8?

$$P_z = 500 \text{ VA}$$

$$P_{\dot{z}} = 3 \text{ W}$$

$$P_b = 7 \text{ W}$$

$$\cos \varphi = 0,8$$

$$\eta = ?$$

Korisnost transformatora označava se najčešće s 4 znamenke, a definira se kao omjer predane i primljene djelatne snage izražen u postotcima:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\text{pred}}}{P_{\text{prim}}} \cdot 100 \% = \frac{P_{\text{prim}} - P_{\text{gub}}}{P_{\text{prim}}} \cdot 100 \% = \frac{P_z \cos \varphi - P_{\text{gub}}}{P_{\text{prim}}} \cdot 100 \% = \\ &= \frac{500 \cdot 0,8 - (3 + 7)}{500 \cdot 0,8} \cdot 100 \% = 97,50 \%. \end{aligned}$$

3.2. Jednofazni idealni transformator snage na sekundaru 57 W ima 442 zavoja na primaru i 100 zavoja na sekundaru. Napon na stezaljkama sekundara je 26 V. Kolike su struje u namotima primara i sekundara te koliki je napon primara? Koliki je prijenosni omjer transformacije?

$$P_2 = 57 \text{ W}$$

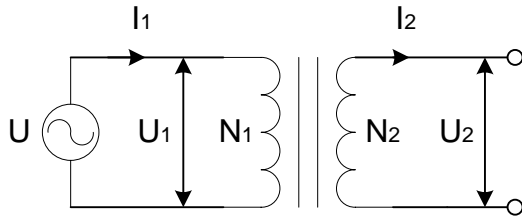
$$N_1 = 442$$

$$N_2 = 100$$

$$U_2 = 26 \text{ V}$$

$$I_1, I_2, U_1, p = ?$$

Prema zadanim podacima može se nacrtati shema transformatora:



Sve tražene veličine transformatora mogu se odrediti iz jednakosti:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = p.$$

Jakost el. struje sekundara:

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{57}{26} = 2,192 \text{ A.}$$

Jakost el. struje primara:

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{100}{442} \cdot 2,192 = 0,496 \text{ A.}$$

Napon primara:

$$U_1 = \frac{N_1}{N_2} U_2 = \frac{442}{100} \cdot 26 = 114,92 \text{ V} \cong 115 \text{ V.}$$

Prijenosni omjer transformacije:

$$p = \frac{N_1}{N_2} = \frac{442}{100} = 4,42 : 1.$$

Budući da se radi o idealnom transformatoru, snage primara i sekundara transformatora su jednake:

$$P_1 = U_1 I_1 = 114,92 \cdot 0,496 = 57 \text{ W,}$$

$$P_2 = 57 \text{ W.}$$

3.3. Jednofazni idealni transformator prijenosnog omjera 4,42 : 1 ima 240 zavoja na primaru. Na stezaljke sekundara čiji je napon 26 V, priključena su 2 paralelno spojena trošila radnih otpora 36  $\Omega$  i 4  $\Omega$ . Odredite struju primara i sekundara te struju kroz oba trošila, snagu primara, snagu sekundara, snage trošila te broj zavoja na sekundaru.

$$p = 4,42$$

$$N_1 = 240$$

$$U_2 = 26 \text{ V}$$

$$R_1 = 36 \Omega$$

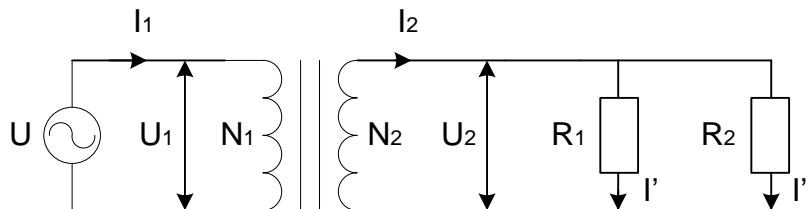
$$R_2 = 4 \Omega$$

$$I_1, I_2, I', I'' = ?$$

$$P_1, P_2, P', P'' = ?$$

$$N_2 = ?$$

Prema zadanim podacima može se nacrtati shema kruga:



Trošila  $R_1$  i  $R_2$  spojena su paralelno pa je njihov ukupni otpor jednak ukupnom otporu na sekundaru:

$$R_{12} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36 \cdot 4}{36 + 4} = 3,6 \Omega.$$

Jakost el. struje sekundara:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_{12}} = \frac{26}{3,6} = 7,22 \text{ A.}$$

Jakost el. struje primara:

$$I_1 = \frac{I_2}{p} = \frac{7,22}{4,42} = 1,63 \text{ A.}$$

Jakost el. struje kroz trošila:

$$I' = \frac{U_2}{R_1} = \frac{26}{36} = 0,72 \text{ A,}$$

$$I'' = \frac{U_2}{R_2} = \frac{26}{4} = 6,5 \text{ A.}$$

Napon primara:

$$U_1 = p \cdot U_2 = 4,42 \cdot 26 = 114,92 \text{ V.}$$

Budući da se radi o idealnom transformatoru, snage primara i sekundara transformatora su jednake:

$$P_1 = U_1 I_1 = 114,92 \cdot 1,63 = 187,72 \text{ W,}$$

$$P_2 = U_2 I_2 = 26 \cdot 7,22 = 187,72 \text{ W.}$$

Snage trošila:

$$P' = U_2 I' = 26 \cdot 0,72 = 18,72 \text{ W,}$$

$$P'' = U_2 I'' = 26 \cdot 6,5 = 169 \text{ W.}$$

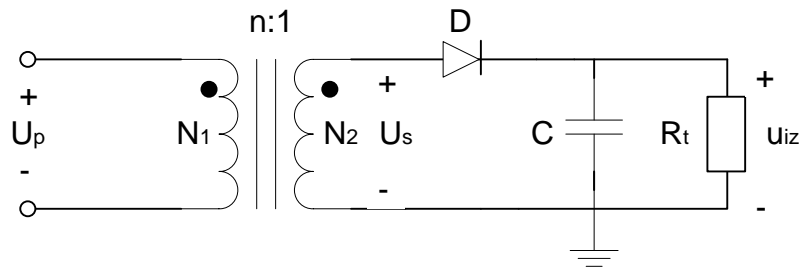
Budući da se radi o idealnom transformatoru, ukupna snaga trošila spojenih na sekundar i snaga sekundara su jednake:

$$P_2 = P' + P'' = 18,72 + 169 = 187,72 \text{ W.}$$

Broj zavoja na sekundaru:

$$N_2 = \frac{N_1}{p} = \frac{240}{4,42} = 54,3 \cong 54.$$

3.4. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 25 : 1 i poluvalnog ispravljača s kapacitivnim opterećenjem 0,8 mF, prema shemi. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i faktor valovitosti ako je trošilo otpora 50 Ω, efektivni napon primara 115 V i frekvencija napona primara 400 Hz.



$$p = 25 : 1$$

$$C = 0,8 \text{ mF}$$

$$R_t = 50 \Omega$$

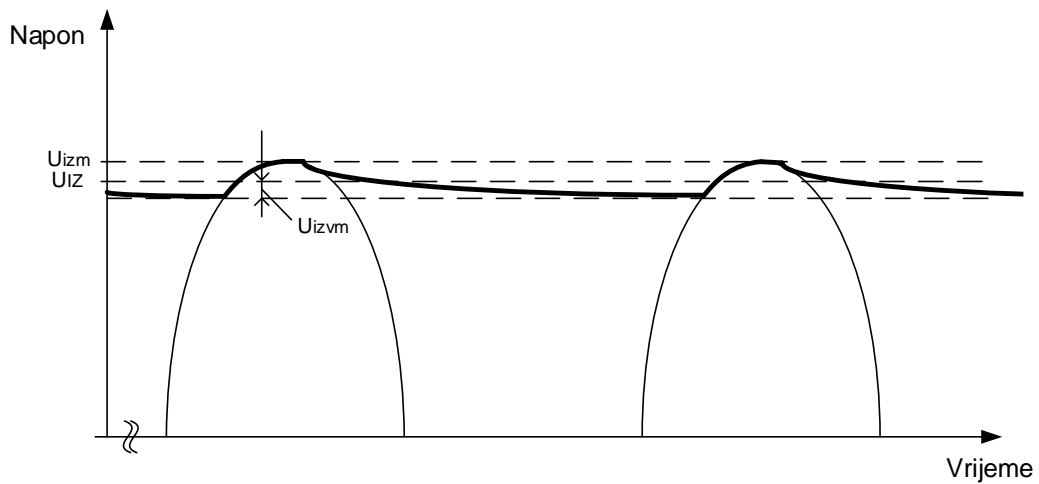
$$U_1 = 115 \text{ V}$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$U_{IZ} = ?$$

$$r = ?$$

Prema električnoj shemi kruga može se nacrtati oblik filtriranog poluvalno ispravljenog napona na trošilu:



Efektivni napon sekundara:

$$U_2 = \frac{U_1}{p} = \frac{115}{25} = 4,6 \text{ V.}$$

Amplituda napona na sekundaru jednaka je amplitudi napona na trošilu:



$$U_{2m} = U_{tm} = U_{izm} = \sqrt{3} \cdot U_2 = \sqrt{3} \cdot 4,6 = 7,97 \text{ V.}$$

Vremenska konstanta kruga pražnjenja:

$$\tau = R_t \cdot C = 50 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 0,04 \text{ s} = 40 \text{ ms.}$$

Period napona:

$$T = 1/f = 1/400 = 2,5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ ms.}$$

Amplituda napona valovitosti na trošilu:

$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{2\tau} = 7,97 \frac{2,5}{2 \cdot 40} = 0,249 \text{ V} = 249 \text{ mV.}$$

Srednja vrijednost napona trošila:

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = 7,97 - 0,249 = 7,721 \text{ V.}$$

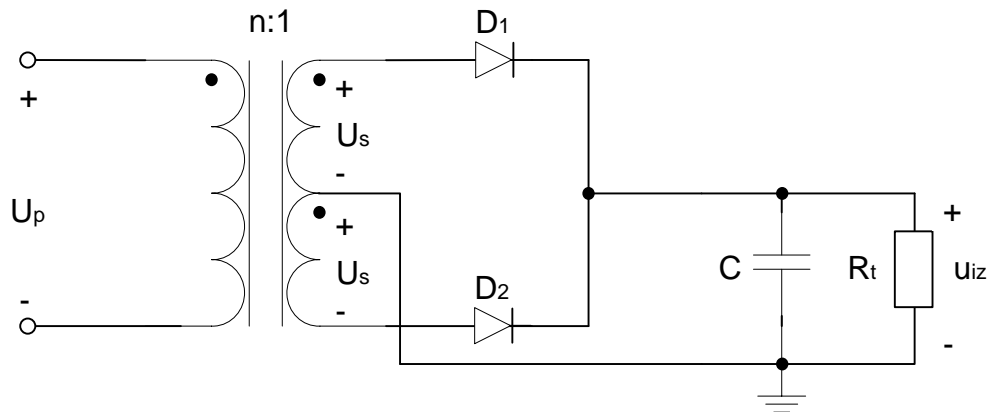
Efektivna vrijednost napona valovitosti na trošilu:

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{249}{\sqrt{3}} = 143,76 \text{ mV.}$$

Faktor valovitosti:

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{0,14376}{7,721} = 0,0186.$$

3.5. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 30 : 1 i punovalnog ispravljača s dvije diode s kapacitivnim opterećenjem 1,2 mF, prema shemi. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i faktor valovitosti ako je trošilo otpora 50 Ω, efektivni napon primara 115 V i frekvencija napona primara 400 Hz.



$$p = 30 : 1$$

$$C = 1,2 \text{ mF}$$

$$R_t = 50 \Omega$$

$$U_1 = 115 \text{ V}$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$U_{IZ} = ?$$

$$r = ?$$

Efektivni napon sekundara:

$$U_2 = \frac{U_1}{n} = \frac{115}{30} = 3,83 \text{ V.}$$

Amplituda napona na sekundaru jednaka je amplitudi napona na trošilu:

$$U_{2m} = U_{tm} = U_{izm} = \sqrt{3} \cdot U_2 = \sqrt{3} \cdot 3,83 = 6,63 \text{ V.}$$

Vremenska konstanta kruga pražnjenja:

$$\tau = R_t \cdot C = 50 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 0,06 \text{ s} = 60 \text{ ms.}$$

Period napona:

$$T = 1/f = 1/400 = 2,5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ ms.}$$

Amplituda napona valovitosti na trošilu:

$$U_{izvm} = U_{izm} \frac{T}{4\tau} = 6,63 \frac{2,5}{4 \cdot 60} = 0,069 \text{ V} = 69 \text{ mV}.$$

Srednja vrijednost napona trošila:

$$U_{IZ} = U_{izm} - U_{izvm} = 6,63 - 0,069 = 6,561 \text{ V}.$$

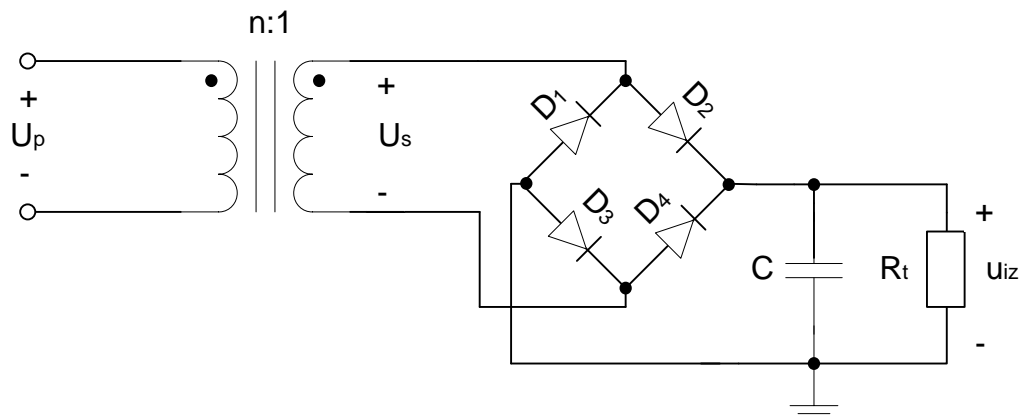
Efektivna vrijednost napona valovitosti na trošilu:

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{69}{\sqrt{3}} = 39,84 \text{ mV}.$$

Faktor valovitosti:

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{0,03984}{6,561} = 6,072 \cdot 10^{-3}.$$

3.6. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 15 : 1 i punovalnog ispravljača u Graetzovom spoju, prema shemi. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i otpor trošila tako da faktor valovitosti iznosi  $2 \cdot 10^{-3}$ . Zadan je kapacitet kondenzatora 320  $\mu\text{F}$ , amplituda napona primara 199,19 V i frekvencija napona primara 400 Hz.



$$p = 15 : 1$$

$$C = 320 \mu\text{F}$$

$$U_{1m} = 199,19 \text{ V}$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$r = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$U_{IZ} = ?$$

$$R_t = ?$$

Amplituda napona na sekundaru jednaka je amplitudi napona na trošilu:

$$U_{2m} = U_{tm} = U_{izm} = \frac{U_{1m}}{n} = \frac{119,19}{15} = 7,946 \text{ V.}$$

Faktor valovitosti može se izračunati prema izrazu:

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

Pritom je efektivna vrijednost napona valovitosti:

$$U_{izvef} = \frac{U_{izvm}}{\sqrt{3}} = \frac{U_{izm} \frac{T}{4\tau}}{\sqrt{3}} = \frac{U_{izm} \frac{T}{4R_t \cdot C}}{\sqrt{3}} = \frac{U_{izm}}{4\sqrt{3} \cdot R_t \cdot C \cdot f},$$

a srednja vrijednost izlaznog napona:

$$\begin{aligned} U_{IZ} &= U_{izm} - U_{izvm} = U_{izm} - \sqrt{3}U_{izvef} = U_{izm} - \sqrt{3} \frac{U_{izm}}{4\sqrt{3}R_t \cdot C \cdot f} = \\ &= U_{izm} - U_{izm} \frac{1}{4R_t \cdot C \cdot f} = U_{izm} \left( 1 - \frac{1}{4R_t \cdot C \cdot f} \right) = U_{izm} \frac{4R_t \cdot C \cdot f - 1}{4R_t \cdot C \cdot f}. \end{aligned}$$

Uvrštavanjem prethodnih izraza u izraz za izračun faktora valovitosti dobiva se:

$$r = \frac{U_{izvef}}{U_{IZ}} = \frac{\frac{U_{izm}}{4\sqrt{3} \cdot R_t \cdot C \cdot f}}{U_{izm} \frac{4R_t \cdot C \cdot f - 1}{4R_t \cdot C \cdot f}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{4R_t \cdot C \cdot f - 1}.$$

Sređivanjem izraza slijedi:

$$r\sqrt{3}(4R_t \cdot C \cdot f - 1) = 1,$$

$$4\sqrt{3} \cdot r \cdot R_t \cdot C \cdot f = r\sqrt{3} + 1,$$

$$R_t = \frac{r\sqrt{3} + 1}{4\sqrt{3} \cdot r \cdot C \cdot f} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3} + 1}{4\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 320 \cdot 10^{-6} \cdot 400} = \frac{1,0035}{0,00177} = 567 \Omega.$$

Srednja vrijednost izlaznog napona sada iznosi:

$$U_{Iz} = U_{izm} \frac{4R_t \cdot C \cdot f - 1}{4R_t \cdot C \cdot f} = 7,946 \frac{4 \cdot 567 \cdot 320 \cdot 10^{-6} \cdot 400 - 1}{4 \cdot 567 \cdot 320 \cdot 10^{-6} \cdot 400} = 7,943 \text{ V.}$$

## Zadatci za vježbu

3.7. Jednofazni idealni transformator snage na sekundaru 60 W ima 75 zavoja na primaru i 400 zavoja na sekundaru. Napon na stezaljkama sekundara je 26 V. Kolike su struje u namotima primara i sekundara te koliki je napon primara? Koliki je prijenosni omjer transformacije?

3.8. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 20 : 1 i poluvalnog ispravljača s kapacitivnim opterećenjem 1 mF, prema shemi iz primjera 3.4. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i faktor valovitosti ako je trošilo otpora 40  $\Omega$ , efektivni napon primara 115 V i frekvencija napona primara 400 Hz?

3.9. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 25 : 1 i punovalnog ispravljača s dvije diode s kapacitivnim opterećenjem 1,2 mF, prema shemi iz primjera 3.5. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i faktor valovitosti ako je trošilo otpora 40  $\Omega$ , efektivni napon primara 115 V i frekvencija napona primara 400 Hz?

3.10. Transformatorsko-ispravljačka jedinica zrakoplova sastoji se od transformatora prijenosnog omjera 16 : 1 i punovalnog ispravljača u Graetzovom spoju, prema shemi iz primjera 3.6. Kolika je srednja vrijednost napona trošila i faktor valovitosti ako je otpor trošila 500  $\Omega$ ? Zadan je kapacitet kondenzatora 290  $\mu\text{F}$ , amplituda napona primara 199,19 V i frekvencija napona primara 400 Hz.

## 4. Potrošači električne energije

### Riješeni primjeri

4.1. Kolika je utrošena energija grijača kabine malog zrakoplova ako je njegova snaga 2 kW i ako je uključen 2 sata? Izračun je potrebno izvršiti u džulima i kilovatsatima.

$$P = 2 \text{ kW}$$

$$t = 2 \text{ h}$$

$$E = ?$$

Utrošena energija grijača može se odrediti kao umnožak snage grijača (W) i vremena koje je uključen (s):

$$E = P \cdot t \text{ [Ws = J]},$$

$$E = 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 3600 = 14,4 \cdot 10^6 \text{ J} = 14,4 \text{ MJ}.$$

Utrošena energija u kilovatsatima:

$$E = 14,4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 3600^{-1} = 4 \text{ kWh}.$$

Isti rezultat dobije se ako se izravno pomnože zadani podatci:

$$E = P \cdot t = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kWh}.$$

4.2. Koliki su otpor i snaga grijača prozora zrakoplova ako ga akumulator napona 28 V opskrbljuje u svakoj sekundi nabojem od 5 C?

$$U = 28 \text{ V}$$

$$Q = 5 \text{ C}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

$$R = ?$$

$$P = ?$$

Otpor grijača može se izračunati po Ohmovom zakonu, dok je jakost el. struje jednaka količini naboja koja prođe poprečnim presjekom vodiča u jedinici vremena:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{Q}{t}} = \frac{U \cdot t}{Q} = \frac{28 \cdot 1}{5} = 5,6 \Omega.$$

Snaga grijača:

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = \frac{28^2}{5,6} = 140 \text{ W}.$$

4.3. Elektromotor rashladnog ventilatora u sustavu klimatizacije velikog zrakoplova, spojen na VSCF (115 V, 400 Hz), uzima struju 5 A i ima faktor snage 0,75. Kolika je njegova prividna, djelatna i jalova snaga?

$$U = 115 \text{ V}$$

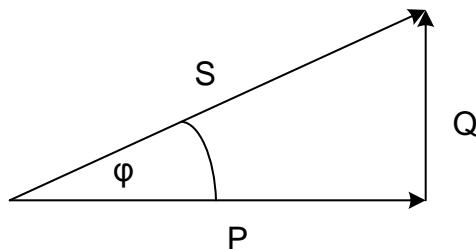
$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 0,75$$

$$S, P, Q = ?$$

Prema zadanim podacima može se skicirati trokut snaga:



Prividna snaga određena je umnoškom el. struje i napona koje trošilo prima. Na temelju te snage ne može se prosuđivati djelatnost trošila.

$$S = U \cdot I = 115 \cdot 5 = 575 \text{ VA}.$$



Djelatna (radna) snaga trošila jest snaga el. energije koja se u trošilu pretvara u neki drugi oblik energije. Može se odrediti prema trokutu snaga:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 575 \cdot 0,75 = 431,25 \text{ W.}$$

Jalova (reaktivna) snaga trošila jest snaga el. energije koja beskorisno kruži strujnim krugom. Može se odrediti prema trokutu snaga:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi \text{ ili}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{575^2 - 431,25^2} = 380,33 \text{ VAR.}$$

4.4. Jednofazni elektromotor, priključen na generator napona 115 V i frekvencije 400 Hz, uz  $\cos \varphi = 0,7$  daje djelatnu snagu 1,5 kW. Kolika je njegova jalova snaga? Koliki mora biti kapacitet kondenzatora koji bi u potpunosti kompenzirao tu jalovu snagu?

$$U = 115 \text{ V}$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

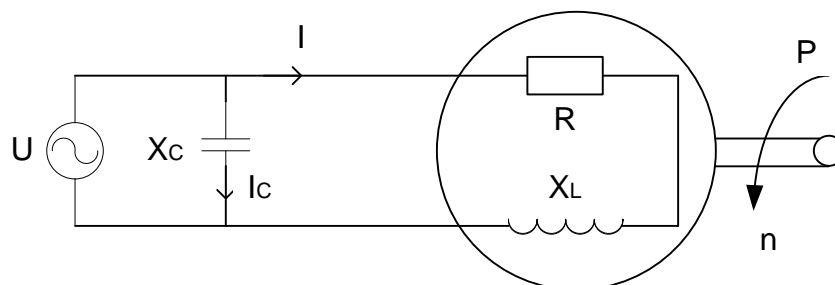
$$\cos \varphi = 0,7$$

$$P = 1,5 \text{ kW}$$

$$Q_L = ?$$

$$C = ?$$

Prema zadanim podacima može se nacrtati shema kruga:



Jalova snaga elektromotora može se izračunati indirektno preko prividne:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \rightarrow S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{1500}{0,7} = 2140 \text{ VA} = 2,14 \text{ kVA},$$

$$Q_L = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{2140^2 - 1500^2} = 1526,3 \text{ VAr} = 1,53 \text{ kVAr}.$$

Struja kroz kondenzator u potpunosti je jalova:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C = U2\pi fC.$$

Snaga te struje:

$$Q_C = U \cdot I_C = U^2 2\pi fC.$$

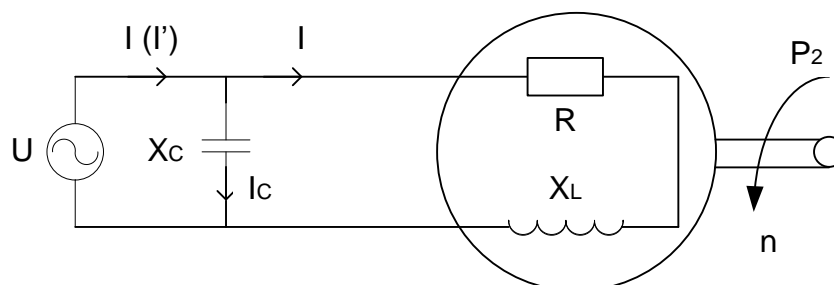
Ako se želi postići potpuna kompenzacija jalove struje nekog induktivnog trošila, jalova struja i jalova snaga priključenog kondenzatora moraju biti jednake jalovoj struji i jalovoj snazi tog trošila:

$$Q_C = Q_L,$$

$$2\pi fCU^2 = Q_L,$$

$$C = \frac{Q_L}{2\pi fU^2} = \frac{1530}{2\pi \cdot 400 \cdot 115^2} = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 46 \text{ }\mu\text{F}.$$

4.5. Jednofazni asinkroni motor snage na osovini  $P_2$  priključen je na izvor napona  $U$  prema shemi. Struja koja teče iz izvora je  $I$ . Stupanj korisnosti je  $\eta$ . Koliki kapacitet treba imati kondenzator koji valja priključiti da se faktor snage poboljša na  $\cos \varphi'$ ? Kolika je pritom struja izvora  $I'$ ?



$$P_2 = 405 \text{ W}$$

$$U = 115 \text{ V}$$

$$\eta = 0,9$$

$$I = 4,891e^{-j36,87^\circ} \text{ A}$$

$$\cos \varphi' = 0,96$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$C = ?$$

$$I' = ?$$

Električna (prividna) snaga motora je:

$$S = U \cdot I = 115 \cdot 4,891 = 562,5 \text{ VA.}$$

Radna snaga motora je:

$$P = \frac{P_2}{\eta} = \frac{405}{0,9} = 450 \text{ W.}$$

Faktor snage motora je:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{450}{562,5} = 0,8 \rightarrow \varphi = 36,87^\circ.$$

Jalova snaga motora:

$$Q_L = S \cdot \sin \varphi = 562,5 \cdot \sin 36,87^\circ = 562,5 \cdot 0,6 = 337,5 \text{ VAr.}$$

Opći zapis jakosti električne struje iz izvora:

$$\begin{aligned} I &= 4,891e^{-j36,87^\circ} = 4,891(\cos(-36,87^\circ) + j \sin(-36,87^\circ)) = \\ &= (3,91 - j2,93) \text{ A.} \end{aligned}$$

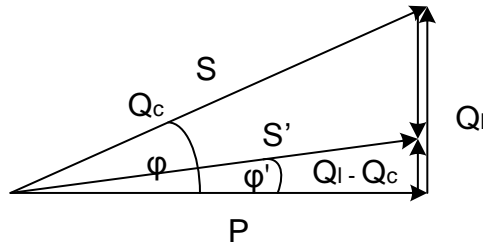
Prividni, radni i induktivni otpor:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{115}{4,891e^{-j36,87^\circ}} = 23,51e^{j36,87^\circ} \Omega,$$

$$R = |Z| \cdot \cos \varphi = 23,51 \cdot 0,8 = 18,81 \Omega,$$

$$X_L = |Z| \cdot \sin \varphi = 23,51 \cdot 0,6 = 14,11 \Omega.$$

Priključkom kondenzatora kompenzirat će se dio jalove energije pa vektorski dijagram snaga postaje:



Kut snage nakon priključenja kondenzatora je:

$$\cos \varphi' = 0,96 \rightarrow \varphi' = \arccos 0,96 = 16,26^\circ.$$

Prividna snaga motora sada je:

$$S' = \frac{P}{\cos \varphi'} = \frac{450}{0,96} = 468,75 \text{ VA.}$$

Ukupna jalova snaga:

$$Q_L - Q_C = S' \cdot \sin \varphi' = 468,75 \cdot \sin 16,6^\circ = 131,25 \text{ VAr.}$$

Jalova snaga priključenog kondenzatora:

$$Q_C = Q_L - 131,25 = 337,5 - 131,25 = 206,25 \text{ VAr.}$$

Kapacitivni otpor i kapacitet kondenzatora:

$$X_C = \frac{U^2}{Q_C} = \frac{115^2}{206,25} = 64,12 \Omega,$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 400 \cdot 64,12} = 6,21 \cdot 10^{-6} = 6,21 \mu\text{F.}$$

Uključujući kondenzator, prividni otpor mreže je:

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{Z} + \frac{1}{X_C} = \frac{1}{R + jX_L} + \frac{1}{-jX_C},$$

$$Z' = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = \frac{23,51e^{j36.87^\circ} \cdot 64,12e^{-j90^\circ}}{18,81 + j14,11 - j64,12} = \frac{1507,46e^{-j53.13^\circ}}{53,43e^{-j69.39^\circ}} =$$

$$= 28,21e^{j16.26^\circ} \Omega.$$

Struja izvora smanjila se i sada je:

$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{115}{28,21e^{j16,26^\circ}} = 4,08e^{-j16,26^\circ} \text{ A.}$$

Opći zapis jakosti električne struje:

$$\begin{aligned} I' &= 4,08e^{-j16,26^\circ} = 4,08(\cos(-16,26^\circ) + j\sin(-16,26^\circ)) = \\ &= (3,91 - j1,14) \text{ A.} \end{aligned}$$

Struja kondenzatora:

$$I_C = \frac{U}{-jX_C} = \frac{115}{64,12e^{-j90^\circ}} = 1,79e^{j90^\circ} \text{ A.}$$

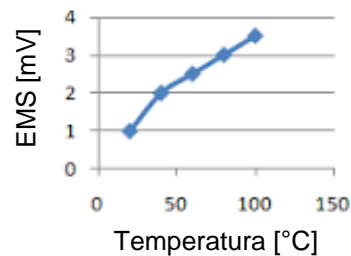
Opći zapis električne struje kondenzatora:

$$I_C = 1,79e^{j90^\circ} = 1,79(\cos 90^\circ + j\sin 90^\circ) = j1,79 \text{ A.}$$

Provjera struja prema 1. Kirchhoffovom zakonu:

$$I' = I_C + I = j1,79 + 3,91 - j2,93 = (3,91 - j1,14) \text{ A.}$$

4.6. Sustav za detekciju požara velikog zrakoplova upotrebljava J-tip termopara (željezo – konstantan) čija je ovisnost termoelektrične elektromotorne sile o temperaturi prikazana na slici. Dužina žice termopara je 3 m, a otpor žice 18  $\Omega$ /m. Odredite jakost el. struje pri kojoj će osjetljivi relej u krugu detektora uključiti alarm ako je sustav smješten u odjeljku prtljage gdje je granična temperatura uključjenja 50  $^\circ\text{C}$ ?



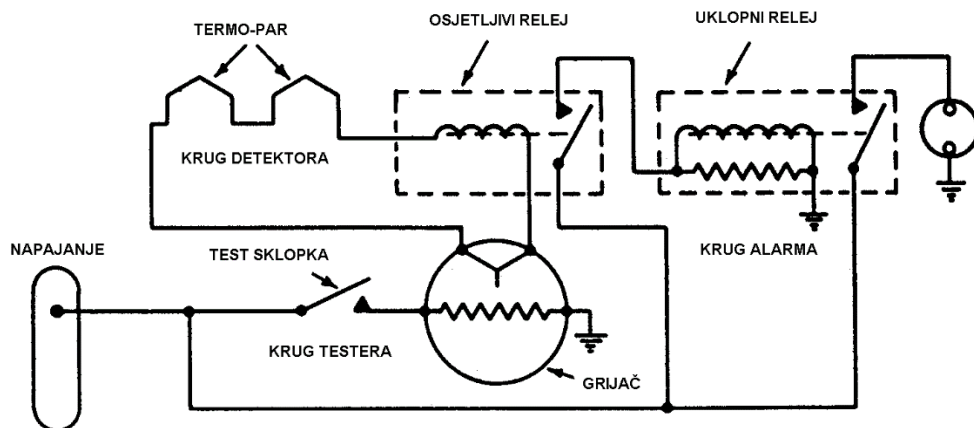
$$l = 3 \text{ m}$$

$$R/l = 18 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$t_g = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$I_g = ?$$

Strujni krug sustava za detekciju požara s termoparom može se prikazati shemom:



Ukupni je otpor termopara:

$$R_t = l \cdot \frac{R}{l} = 3 \cdot 18 = 54 \Omega.$$

Termoelektrična EMS na njegovim krajevima može se odrediti iz priloženog grafičkog prikaza:

$$EMS = 2,2 \text{ mV.}$$

Jakost el. struje koja uklapa osjetljivi relej:

$$I_g = \frac{EMS}{R_t} = \frac{2,2 \cdot 10^{-3}}{54} = 4,07 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 40,7 \mu\text{A.}$$

## Zadatci za vježbu

- 4.7. Kolika je snaga grijača kabine malog zrakoplova ako mu je potrošnja energije 20 MJ/h?
- 4.8. Koliki su otpor i snaga grijača prozora zrakoplova ako ga akumulator napona 28 V opskrbljuje u svakoj sekundi energijom od 100 J?
- 4.9. Elektromotor rashladnog ventilatora u sustavu klimatizacije velikog zrakoplova, spojen na VSCF (115 V, 400 Hz), uzima struju 4 A i ima faktor snage 0,9. Kolika je njegova prividna, djelatna i jalova snaga?
- 4.10. Jednofazni elektromotor, priključen na generator napona 115 V i frekvencije 400 Hz, uz  $\cos \varphi = 0,8$  daje djelatnu snagu 1,7 kW. Kolika je njegova jalova snaga? Koliki mora biti kapacitet kondenzatora koji bi u potpunosti kompenzirao tu jalovu snagu?
- 4.11. Jednofazni asinkroni motor snage na osovini 400 W priključen je na izvor napona 115 V i frekvencije 115 Hz, prema shemi iz primjera 4.5. Struja koja teče iz izvora je  $4,2e^{-j15^\circ}$  A. Stupanj korisnosti je 0,88. Koliki kapacitet treba imati kondenzator koji valja priključiti da se faktor snage poboljša na  $\cos 0,98$ ? Kolika je pritom struja izvora  $I'$ ?
- 4.12. Odredite jakost električne struje koja uklapa osjetljivi relej, iz primjera 4.6., ako se granična temperatura uključjenja postavi na 100 °C.

## 5. Rješenja zadataka za vježbu

Električna svojstva tvari, osnovni zakoni i elementi električnih krugova

1.8.  $R_{uk} = 86,112 \Omega$ ;  $P = 9,105 \text{ W}$ .

1.9.  $R_{uk} = 86,188 \Omega$ ;  $P = 9,076 \text{ W}$ .

1.10.  $S_{AL} = 3,357 \text{ mm}^2$ ;  $m_{AL} = 9,064 \text{ g}$ ;  $m_{CU} = 17,8 \text{ g}$ .

1.11.  $m_{AL} = 589,171 \text{ g}$ ;  $m_{CU} = 1157 \text{ g}$ ;  $m_{CU} - m_{AL} = 567,829 \text{ g}$ .

1.12.  $U_1 = 10,96 \text{ V}$ ;  $U_2 = 17,09 \text{ V}$ ;  $U_3 = 7,32 \text{ V}$ ;  $U_4 = 9,76 \text{ V}$ ;  $I_1 = 10,96 \text{ A}$ ;  $I_2 = 8,55 \text{ A}$ ;  $I_3 = 2,44 \text{ A}$ ;  $I_4 = 2,44 \text{ A}$ .

1.13.  $U_1 = 9,33 \text{ V}$ ;  $U_2 = 18,67 \text{ V}$ ;  $U_3 = 28 \text{ V}$ ;  $U_4 = 28 \text{ V}$ ;  $I_1 = 9,33 \text{ A}$ ;  $I_2 = 9,33 \text{ A}$ ;  $I_3 = 9,33 \text{ A}$ ;  $I_4 = 7 \text{ A}$ .

1.14.  $R_t = 17,985 \Omega$ .

1.15.  $R_p = 0 \Omega$ ; Klizač potencijometra se nalazi u položaju minimalnog otpora.

Izvori električne energije

2.10.  $W = 1,8 \text{ MJ}$ ;  $m_g = 25 \text{ kg}$ .

2.11.  $C = 8,33 \text{ Ah}$ .

2.12.  $m_{uk} = 0,625 \text{ kg}$ .

2.13.  $t = 10,417 \text{ h}$ .

2.14.  $R_u = 0,1 \Omega$ .

2.15.  $R_u = 2/3 \Omega$ .

2.16.  $B = 1,84 \text{ T}$ .

Pretvarači električne energije

3.7.  $I_1 = 12,308 \text{ A}$ ;  $I_2 = 2,308 \text{ A}$ ;  $U_1 = 4,875 \text{ V}$ ;  $p = 0,1875$ .

3.8.  $U_{IZ} = 9,649 \text{ V}$ ;  $r = 0,0186$

3.9.  $U_{IZ} = 7,864 \text{ V}$ ;  $r = 7,617 \cdot 10^{-3}$

3.10.  $U_{IZ} = 12,396 \text{ V}$ ;  $r = 2,5 \cdot 10^{-3}$



### Potrošači električne energije

4.7.  $P = 5,56 \text{ kW}$ .

4.8.  $P = 100 \text{ W}$ ;  $R = 7,84 \Omega$ .

4.9.  $S = 460 \text{ VA}$ ;  $P = 414 \text{ W}$ ;  $Q = 200,51 \text{ VAr}$ .

4.10.  $Q = 1275 \text{ VAr}$ ;  $C = 38,36 \mu\text{F}$ .

4.11.  $C = 7,51 \mu\text{F}$ ;  $I' = 4,03e^{-j6.7^\circ} \text{ A}$ .

4.12.  $I_g = 64,815 \mu\text{A}$ .

## 6. Kazalo oznaka i kratica

Oznaka	Značenje
VDC	Volt Direct Current
APU	Auxiliary Power Unit
GPU	Ground Power Unit
Ni-Cd	Nikal-kadmij
EMS	Elektromotorna sila
VSCF	Variable Speed Constant Frequency

## Literatura

1. Tooley, M.; Wyatt, D.: Aircraft Electrical and Electronic Systems – Principles, operations and maintenance, 1<sup>st</sup> edition, Butterworth-Heinemann, UK/USA, 2009.
2. Eismín, T. K.: Aviation Technology Series – Aircraft Electricity and Electronics, 5<sup>th</sup> edition, Macmillan/McGraw-Hill, USA, 1995.
3. Electrics, Jeppesen Sanderson Inc., 2004.
4. Bucak, T.: Zrakoplovni elektro-sustavi, Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2001.
5. [https://www.fer.unizg.hr/\\_download/repository/Sklopovi\\_s\\_diodom\\_zadaci.pdf](https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/Sklopovi_s_diodom_zadaci.pdf), preuzeto: siječanj 2017.
6. Brechmann, G. et.al.: Westermannov elektrotehnički priručnik, Tehnička knjiga, Zagreb, 1991.
7. Pinter, V.: Osnove elektrotehnike 1, Tehnička knjiga, Zagreb, 1994.
8. Pinter, V.: Osnove elektrotehnike 2, Tehnička knjiga, Zagreb, 1994.
9. Stanić, E.: Osnove elektrotehnike, Školska knjiga, Zagreb, 1998.
10. Glamuzina, A.: Priključak na izmjenični napon, Školska knjiga, Zagreb, 1998.